1. Flujo rectilíneo

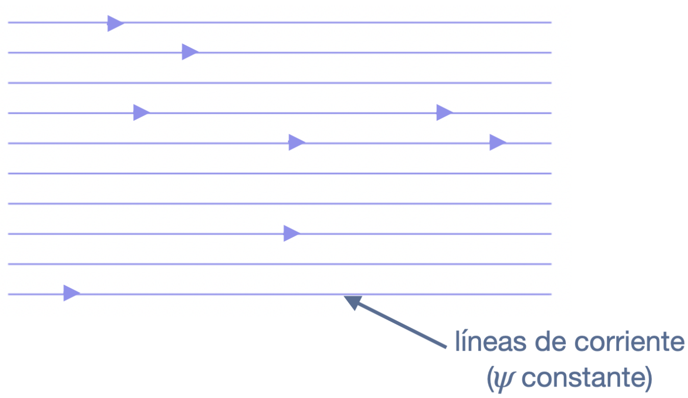
a/ De la ecuación de la velocidad, obtenemos

$$u_x(x,y) = u_0 = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$
$$u_y(x,y) = 0 = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

lo que nos permite obtener

$$\psi(x,y) = u_0 y$$

b/ De esta ecuación de la función de flujo, obtenemos las lineas de corriente, usando la ecuación $\psi =$ constante es decir las líneas $y =$ constante



2. Fuente o sumidero lineal

a/ Lo más simple es de reescribir la velocidad en coordenadas cartesianas

$$\boldsymbol{u} = \frac{A}{r}\vec{e}_r = \frac{A}{r}\Big(\cos\theta\vec{e}_x + \sin\theta\vec{e}_y\Big) = \frac{Ax}{x^2+y^2}\vec{e}_x + \frac{Ay}{x^2+y^2}\vec{e}_y$$

lo que implica

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{Ax}{x^2+y^2}$$
$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{Ay}{x^2+y^2}$$

es decir

$$\psi = A\arctan\Big(\frac{y}{x}\Big)$$

Lo que podemos escribir en coordenadas polares

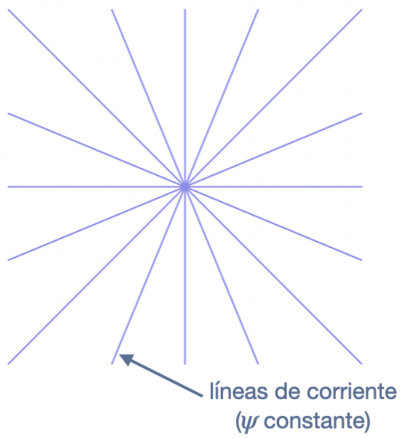
$$\psi = A\theta$$

Obviamente pudimos también resolver directamente la ecuación de Laplace asumiendo que ψ es una función de θ solamente

$$\Delta\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\Big) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} = 0$$

es decir $\psi = A\theta$

b/ Para obtener las líneas de corriente, consideramos $\psi =$ constante es decir $\theta =$ constante.



3. Vórtice

a/ Lo más simple es de reescribir la velocidad en coordenadas cartesianas

$$\boldsymbol{u} = \frac{A}{r}\vec{e}_\theta = \frac{A}{r}\Big(-\sin\theta\vec{e}_x + \cos\theta\vec{e}_y\Big) = -\frac{Ay}{x^2+y^2}\vec{e}_x + \frac{Ax}{x^2+y^2}\vec{e}_y$$

lo que implica

$$\frac{\partial\psi}{\partial y} = -\frac{Ay}{x^2+y^2}$$
$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{Ax}{x^2+y^2}$$

es decir

$$\psi = -\frac{A}{2}\ln\Big(x^2+y^2\Big)$$

Lo que podemos escribir en coordenadas polares

$$\psi = -A\ln(r)$$

De forma similar al problema previo, pudimos resolver directamente la ecuación de Laplace asumiendo que ψ depende solamente de r

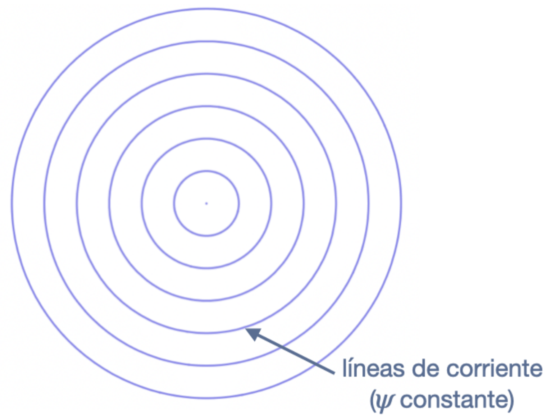
$$\Delta\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\Big) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\Big) = 0$$

Es decir

$$\begin{aligned} & r\frac{\partial \psi}{\partial r} = B \\ \Leftrightarrow\ & \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{B}{r} \\ \Leftrightarrow\ & \psi = B\ln r \end{aligned}$$

o $\psi = -A\ln r$

b/ Para obtener las líneas de corriente, consideramos $\psi =$ constante es decir $r =$ constante, o $x^2 + y^2 =$ constante, lo que corresponde a círculos



4. Flujo rectilíneo con fuente

a/ De forma similar al potencial de velocidad, la función de flujo es solución de la ecuación de Laplace, por lo tanto se puede considerar superposición de estas soluciones. En el caso rectilíneo, tenemos

$$\psi(x, y) = u_0 y$$

aunque una fuente esta descrita por

$$\psi(x, y) = A\theta$$

Por lo tanto, nuestro fluido esta descrito por la función de flujo siguiente

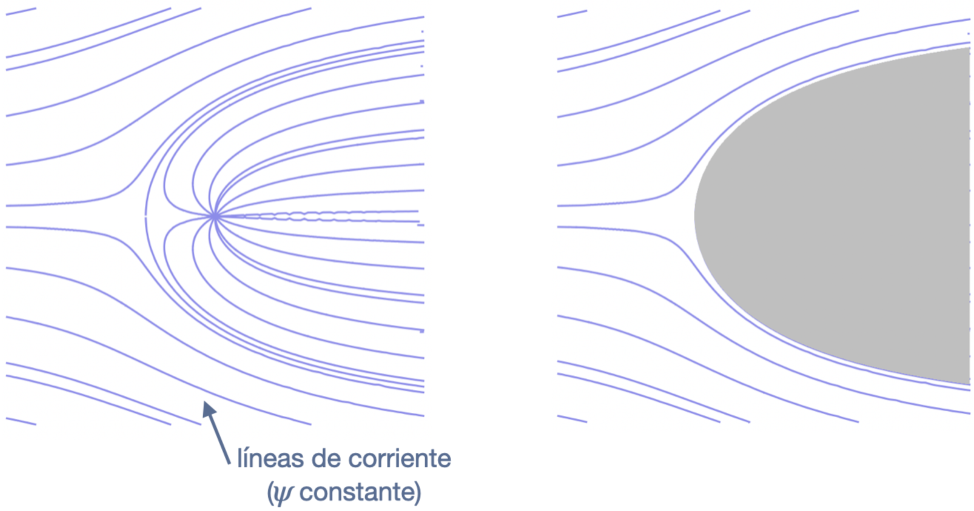
$$\psi(x, y) = u_0 y + A\theta$$

b/ Las líneas de corriente se definen por $u_0 y + A\theta =$ constante o en coordenadas cartesianas

$$u_0 y + A\arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \text{ constante}$$

o en coordenadas polares

$$u_0 r\sin\theta + A\theta = \text{ constante}$$



Como en la ayudantía 4, hemos dibujado las líneas de corriente globales y también considerando que tenemos un obstáculo ya que $u_0 y + A \arctan(y/x) = 0$ es una línea de corriente.