1. Tubería

La ecuación de continuidad para un fluido incompresible e irrotacional es:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Podemos calcular la velocidad v_2 de la siguiente manera:

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2}$$

Sustituyendo los valores dados:

$$v_2 = \frac{2\,\mathrm{m/s} \times 0.5\,\mathrm{m}^2}{0.25\,\mathrm{m}^2} = 4\,\mathrm{m/s}$$

Por lo tanto, la velocidad v_2 en la sección con un área de sección transversal $A_2 = 0.25\,\mathrm{m}^2$ es $4\,\mathrm{m/s}$.

2. Tanque

a/ La presión en el fondo del tanque debido al agua se puede calcular usando la fórmula de presión hidrostática:

$$P = P_{\mathrm{atm}} + \rho g h$$

$$P = 101325\,\mathrm{Pa} + (1000\,\mathrm{kg/m^3})(9.81\,\mathrm{m/s^2})(10\,\mathrm{m}) = 101325\,\mathrm{Pa} + 98100\,\mathrm{Pa} = 1994.25\,\mathrm{hPa}$$

La dimensión del Pascal es kg m^{-1} s^{-2}.

b/ La fuerza sobre el orificio se calcula como:

$$F = PA$$

Donde A es el área del orificio:

$$A = 1\,\mathrm{cm}^2 = 1 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$$

$$F = 199425\,\mathrm{Pa} \times 1 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 = 19.9425\,\mathrm{N}$$

La dimensión del Newton es kg m s^{-2}.

c/ Si la altura del agua aumenta a 20 metros:

$$P = 101325\,\mathrm{Pa} + (1000\,\mathrm{kg/m^3})(9.81\,\mathrm{m/s^2})(20\,\mathrm{m}) = 101325\,\mathrm{Pa} + 196200\,\mathrm{Pa} = 2975.25\,\mathrm{hPa}$$

La nueva fuerza sobre el orificio:

$$F = 297525\,\mathrm{Pa} \times 1 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 = 29.7525\,\mathrm{N}$$

3. Agua y aceite

a/ Dado que el tubo está en equilibrio estático, la presión en el mismo nivel horizontal en ambos brazos debe ser igual. Sea h_w la diferencia de altura entre las columnas de agua.

La presión ejercida por la columna de aceite es:

$$P_{\text{aceite}} = P_0 + \rho_{\text{aceite}} \cdot g \cdot h_{\text{aceite}}$$

La diferencia de presión debe ser equilibrada por la diferencia en las alturas del agua:

$$P_{\text{aceite}} = P_0 + \rho_{\text{agua}} \cdot g \cdot h_w$$

Resolviendo para h_w:

$$800 \cdot 9.81 \cdot 0.10 = 1000 \cdot 9.81 \cdot h_w$$

$$h_w = \frac{800 \cdot 0.10}{1000} = 0.08\,\text{m} = 8\,\text{cm}$$

Por lo tanto, la diferencia de altura entre los niveles de agua es de 8 cm.

b/ Si se añaden 5 cm más de aceite, la altura total de la columna de aceite se convierte en 15 cm.

Repitiendo el mismo cálculo:

$$h_w = \frac{800 \cdot 0.15}{1000} = 0.12\,\text{m} = 12\,\text{cm}$$

Por lo tanto, la nueva diferencia de altura entre los niveles de agua es de 12 cm.

c/ El nivel del agua en el brazo sin aceite disminuye en 12 cm, lo que significa que la columna total de 15 cm de aceite ha desplazado 12 cm de agua en el lado opuesto.

4. Iceberg

Según el principio de Arquímedes, la fuerza de flotación sobre el objeto es igual al peso del líquido desplazado. La fuerza de flotación F_b está dada por:

$$F_b = \rho_l \cdot g \cdot V_{desplazado}$$

Donde $V_{desplazado}$ es el volumen del líquido desplazado, que corresponde a la parte sumergida del objeto. Para un objeto rectangular, $V_{desplazado} = w \cdot d \cdot h_s$, donde w y d son el ancho y la profundidad del objeto, respectivamente. El peso del objeto es:

$$W = \rho_s \cdot g \cdot V_s$$

Igualando la fuerza de flotación al peso del objeto:

$$\rho_l \cdot g \cdot (w \cdot d \cdot h_s) = \rho_s \cdot g \cdot (w \cdot d \cdot H)$$

Simplificando:

$$\rho_l \cdot h_s = \rho_s \cdot H$$

Resolviendo para la fracción de la altura sumergida:

$$\frac{h_s}{H} = \frac{\rho_s}{\rho_l}$$

Entonces, la fracción de la altura del objeto que está sumergida es:

$$\frac{h_s}{H} = \frac{\rho_s}{\rho_l}$$

El hielo tiene el 90% de la densidad del agua, por lo que el 90% del iceberg se encuentra bajo la superficie del agua. En cambio, un trozo de madera con una densidad de 0.5 g/mL (la mitad que la del agua) flotaría con la mitad de su volumen por debajo de la superficie del agua.