

1. Gradiente, divergencia, rotacional

- 1/ Dado el campo escalar $\phi(x, y, z) = x^2y + yz^3$, calcula el gradiente $\nabla\phi$.
- 2/ Dado el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2\mathbf{e}_x + y^2\mathbf{e}_y + z^2\mathbf{e}_z$, calcula la divergencia $\nabla \cdot \mathbf{F}$.
- 3/ Dado el campo vectorial $\mathbf{G}(x, y, z) = yz\mathbf{e}_x + zx\mathbf{e}_y + xy\mathbf{e}_z$, calcula el rotacional $\nabla \times \mathbf{G}$.
- 4/ Dado el campo vectorial $\mathbf{F}(r, \theta, z) = r\mathbf{e}_r + z\mathbf{e}_z$ en coordenadas cilíndricas, calcula la divergencia $\nabla \cdot \mathbf{F}$.
- 5/ Dado el campo escalar $\phi(r, \theta, \phi) = r^2 \sin(\theta) \cos(\phi)$ en coordenadas esféricas, calcula el gradiente $\nabla\phi$.

2. Flujo de Fluido

Un flujo de fluido está descrito por el campo vectorial $\mathbf{u}(x, y, z) = -y\mathbf{e}_x + x\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$.

- 1/ Calcula la divergencia $\nabla \cdot \mathbf{u}$ para determinar si el flujo es compresible.
- 2/ Calcula el rotor $\nabla \times \mathbf{u}$ para determinar si el flujo tiene vorticidad.

3. Líneas de Corriente

Considera un campo de velocidad bidimensional en un flujo estacionario dado por

$$\mathbf{u}(x, y) = (y, -x)$$

- 1/ Encuentra la ecuación de las líneas de corriente en el flujo.
- 2/ Dibuja un esbozo de las líneas de corriente.

4. Trayectorias de Partículas

En el mismo campo de velocidad $\mathbf{u}(x, y) = (y, -x)$:

- 1/ Determina la trayectoria de una partícula que comienza en el punto $(1, 0)$ en el instante $t = 0$.
- 2/ Compara la trayectoria obtenida con las líneas de corriente y discute si coinciden o no.

5. Diferencia entre Líneas de Corriente y Trayectorias

Considera un flujo no estacionario dado por el campo de velocidad:

$$\mathbf{u}(x, t) = (1, t)$$

- 1/ Determina las líneas de corriente en un instante fijo t_0 .
- 2/ Calcula la trayectoria de una partícula que parte del punto (x_0, y_0) en $t = 0$.
- 3/ Explica si las trayectorias de las partículas coinciden con las líneas de corriente para este caso.