1. Experimento de Thomson

1/ La energía cinética del electrón al ingresar al campo magnético es igual a la energía ganada por la diferencia de potencial:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV$$

Resolviendo para v:

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

2/ Para que el electrón pase a través de la región sin desviarse, la fuerza eléctrica debe equilibrar la fuerza magnética:

$$eE = evB$$

Resolviendo para E:

$$E = vB = B\sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

3/ A partir de la ecuación previa y resolviendo para e/m:

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2VB^2}$$

Sustituyendo los valores dados $E = 10^5\,\mathrm{V/m}$, $V = 150\,\mathrm{V}$ y $B = 0{,}01\,\mathrm{T}$:

$$\frac{e}{m} = \frac{10^{10}}{2 \times 150 \times (0{,}01)^2} = \frac{10^{10}}{3 \times 10^{-2}} = 3{,}33 \times 10^{11}\,\mathrm{C/kg}$$

Este valor es cercano a la razón carga-masa conocida del electrón, $1{,}76 \times 10^{11}\,\mathrm{C/kg}$.

2. Fórmula de Rydberg

1/ Usando la fórmula de Rydberg para la transición de $n_2 = 3$ a $n_1 = 2$:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

Calculando:

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7\,\mathrm{m}^{-1}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = 1.097 \times 10^7\,\mathrm{m}^{-1}\left(\frac{5}{36}\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{1.097 \times 10^7 \times \frac{5}{36}} \approx 656.3\,\text{nm}$$

2/ La longitud de onda de 656.3 nm pertenece al espectro visible, específicamente en la región roja.

3/ Usando la fórmula de Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)$$

Calculando:

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7\,\text{m}^{-1} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = 1.097 \times 10^7\,\text{m}^{-1} \left(\frac{3}{16} \right)$$

$$\lambda \approx 486.1\,\text{nm}$$

Esta longitud de onda también pertenece al espectro visible, en la región azul-verde.

4/ Usando $E = \frac{hc}{\lambda}$ para la transición de $n_2 = 3$ a $n_1 = 2$:

$$E = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{656.3 \times 10^{-9}} \approx 3.03 \times 10^{-19}\,\text{J}$$

3. Cuerpo negro

1/ Las unidades de cada término en la fórmula son:

- h (constante de Planck) tiene unidades de $\text{J} \cdot \text{s}$.
- c (velocidad de la luz) tiene unidades de m/s.
- λ (longitud de onda) tiene unidades de m.
- k_B (constante de Boltzmann) tiene unidades de J/K.
- T (temperatura) tiene unidades de K.

Combinando las unidades, el factor $hc/\lambda k_B T$ no tiene unidad, lo que es normal ya que aparece en una exponencial. Por lo tanto u tiene la misma unidad que el factor $\frac{8\pi hc}{\lambda^5}$ es decir

$$\frac{\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{m}^5} = \frac{\text{J}}{\text{m}^4}$$

lo que corresponde a la energía emitida por unidad de longitud de onda y por unidad de volumen.

2/ (a) Para encontrar λ_{max}, diferenciamos $u(\lambda, T)$ con respecto a λ. Es más fácil definir un cambio de variable $x = hc/\lambda k_B T$, lo que nos permite escribir

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} = \frac{8\pi k_B^5 T^5}{h^4 c^4} \frac{x^5}{e^x - 1}$$

Por lo tanto, si buscamos el máximo debemos resolver

$$\frac{du}{d\lambda} = 0 = \frac{du}{dx} \frac{dx}{d\lambda}$$

Pero como $\frac{dx}{d\lambda} \neq 0$, obtenemos que el máximo se encuentra por

$$\frac{du}{dx} = \frac{8\pi k_B^5 T^5}{h^4 c^4} \frac{x^4}{e^x - 1}\left(5 - \frac{xe^x}{e^x - 1}\right)$$

El máximo se encuentra cuando

$$5 - \frac{xe^x}{e^x - 1} = 0$$

lo que nos da $x \simeq 4.97$ lo que implica

$$\lambda_{\max} T = \frac{hc}{4.97 k_B T} \simeq 2.898 \times 10^{-3} K \cdot m$$

(b) Sustituyendo los valores:

$$\lambda_{\max} \approx \frac{6.626 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{4.97 \cdot 1.381 \times 10^{-23} \cdot 3000}$$

$$\lambda_{\max} \approx 9.66 \times 10^{-7}\,\mathrm{m} = 966\,\mathrm{nm}$$