

## 1. Caída libre

Queremos estudiar la caída libre de un objeto de masa  $m$ , de una altura  $h$  sin velocidad inicial. El objeto cae en cualquier lugar de la tierra (cualquiera latitud).

1/ Obtener el lagrangiano que describe la caída libre bajo las condiciones que la velocidad angular de la Tierra es homogénea y pequeña.

2/ Obtener las ecuaciones de Euler-Lagrange

3/ Integrar estas ecuaciones una vez para obtener ecuaciones de primer orden

4/ Usando estas ecuaciones de primer orden, obtener una ecuación de segundo orden para  $y$ .

5/ Resolver esta ecuación con las condiciones que la partícula cae de  $(x, y, z) = (0, 0, h)$  sin velocidad inicial.

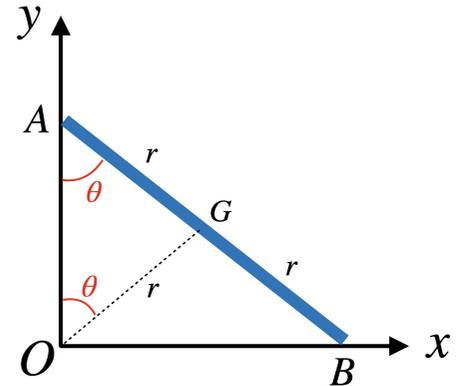
6/ Considerando que  $\omega \ll 1$ , mostrar que  $y \simeq \frac{1}{3}g\omega \sin \alpha t^3$

7/ Deducir la solución para  $(x, y, z)$  al primer orden en  $\omega$ .

8/ Obtener la desviación hacia el este durante la caída. En particular, si el objeto cae de  $z = 100$  o de  $z = 500$  m.

## 2. Escalera que desliza

El extremo de una escalera está apoyada sobre una pared vertical. Su extremo  $B$  desliza sobre el suelo, hasta un punto cuando la escalera no está apoyada a la pared y cae. Llamamos a  $G$  el centro de masa de la escalera. Durante todo el movimiento,  $G$  tiene un movimiento circular hasta el punto cuando cae sin deslizar.



1/ Calcular la aceleración del centro de masa durante el periodo de desliza.

2/ Argumentar porque cuando la escalera no está apoyada, tenemos

$$\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta = 0$$

3/ Calcular el tensor de inercia de la escalera, considerando que tiene una sola dimensión con densidad lineal constante  $\lambda$ .

4/ Obtener la energía cinética del sistema

5/ Obtener la energía potencial y la ecuación de movimiento

6/ Considerando que inicialmente, la escalera cae de  $\theta = 0$  sin velocidad inicial, mostrar que

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2r}(1 - \cos \theta)$$

7/ Usando esta ecuación y la ecuación de la escalera que pierde contacto con la pared, obtener el ángulo bajo lo cual la escalera cae.