

### 1. Temperatura de Fermi

Lo primero que hay que hacer para describir un gas fermiónico es estimar su temperatura de Fermi. El gas se comporta de forma muy diferente dependiendo de si su temperatura  $T$  satisface  $T \ll T_F$  o  $T \gg T_F$ . Cuando  $T \gg T_F$ , el comportamiento es el de un gas perfecto clásico, el llenado energético de los estados cuánticos se aproxima a una distribución de Boltzmann y las correcciones cuánticas dependen de la (pequeña) relación  $T_F/T$ . Cuando  $T \ll T_F$ , los estados cuánticos están todos llenos hasta la vecindad del nivel de Fermi alrededor del cual son posibles las excitaciones térmicas. Se dice que el gas es cuántico o **degenerado**. La noción de baja temperatura es bastante relativa, ya que la temperatura de Fermi puede, dependiendo de la densidad y masa de las partículas, variar enormemente, ¡desde  $1\mu\text{K}$  hasta  $10^{10}$  K!

Obtener la temperatura de Fermi por un gas formado por los electrones de valencia del sodio (gas de conducción). De forma similar, las enanas blancas se componen de un gas de núcleos y de un gas de electrones, obtener la temperatura de Fermi de ambos gases y concluir.

### 2. Fluctuaciones locales del número de partículas por unidad de volumen

Consideremos, dentro del sistema  $\mathcal{S}$ , un pequeño volumen fijo  $V$ . Las partículas que contiene constituyen un subsistema  $\Sigma$ ; éste está en contacto térmico y químico con el resto del sistema  $\mathcal{S}$ , que actúa como reservorio de energía y partículas para  $\Sigma$  y le impone su temperatura  $T$  y su potencial químico  $\mu$ .

La probabilidad de que, en equilibrio,  $\Sigma$  se encuentre en el estado microscópico  $(\ell)$ , de energía  $E_\ell$  y número de partículas  $N_\ell$ , viene dada por

$$P_\ell = \frac{1}{\Xi} e^{-(E_\ell - \mu N_\ell)/k_B T}$$

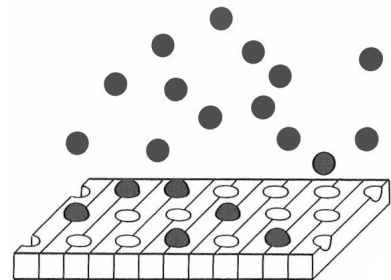
con  $\Xi$  la función de gran partición del sistema  $\Sigma$  :

$$\Xi \equiv \sum_{(\ell)} e^{-(E_\ell - \mu N_\ell)/k_B T}$$

Demostrar a partir de la desviación típica  $\Delta N$  que  $\left(\frac{\partial \mu}{\partial N}\right)_{T,V} > 0$ . Obtener para un gas perfecto, la desviación relativa  $\Delta N/N$ .

### 3. Adsorción de un gas en la superficie de un sólido

Existen dos tipos de adsorción: fisisorción y quimisorción. En la fisisorción, las fuerzas de Van der Waals atraen y unen el adsorbato al sustrato; las energías implicadas son relativamente bajas (menos de  $0,5\text{eV}$ ), y los átomos adsorbidos se mueven con facilidad por la superficie del sustrato. La quimisorción, por otro lado, es una reacción química real entre los átomos adsorbidos y los del sustrato; las energías correspondientes tienen los valores típicos de las energías de los enlaces químicos ( $1$  a  $5\text{eV}$ ) y los átomos adsorbidos permanecen unidos a los sitios del sustrato a los que están unidos. Es el fenómeno de quimisorción el que más nos interesa en este ejercicio.



Un recipiente de volumen  $V$  contiene un gas perfecto de moléculas monoatómicas indistinguibles. Este gas está en contacto con un sólido cuya superficie puede "atrapar" átomos del gas. Se supone que esta superficie se comporta como un conjunto de  $A$  trampas (o sitios de adsorción). Cada sitio puede adsorber un único átomo, en un único estado, de energía  $-\epsilon_0$ . El parámetro  $\epsilon_0 > 0$  representa la energía de enlace del átomo en la trampa. El conjunto se mantiene a la temperatura  $T$ . Suponemos también que el número de átomos (en el gas y en la fase adsorbida) es lo suficientemente grande como para considerar que se ha alcanzado el límite termodinámico. Obtener la probabilidad de que se llene una trampa  $\theta = N_a/A$  con  $N_a$  el número medio de átomos adsorbidos. Expresar esta probabilidad en función de la presión para un gas perfecto.