FIS1422 - Física estadística

Licenciatura en Física
Licenciatura en Física mención Astronomía — Ayudantía 06

1. Teorema de equipartición

Demostrar el teorema de equipartición. Ocupar el resultado para

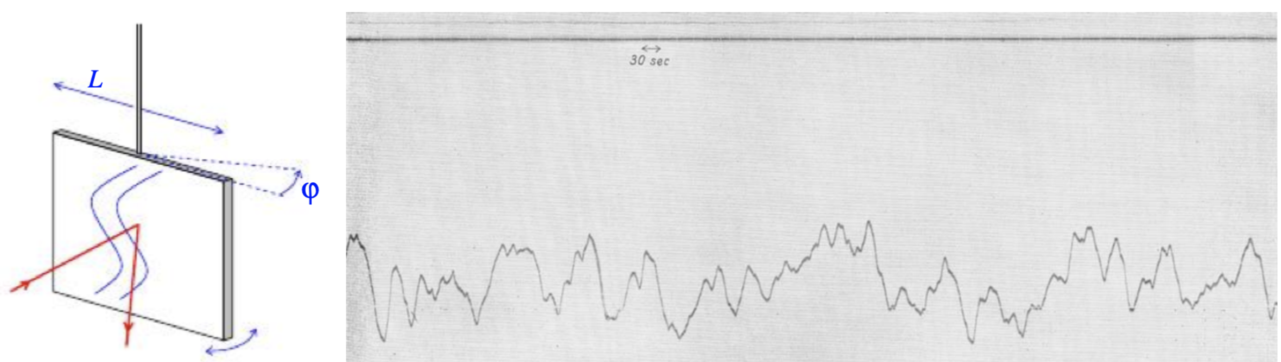
1. una partícula de energía $E = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/2m$
2. una partícula de energía $E = p^2/2m + kx^2/2$

2. Experimento de Kapler

En 1931, Eugen Kapler uso un experimento simple para medir la constante de Boltzmann estudiando las fluctuaciones de un pequeño péndulo de torsión. Un pequeño espejo está suspendido en el extremo de un hilo caracterizado por una constante de torsión C. En el límite de ángulos de rotación pequeños, el Hamiltoniano que describe la rotación del espejo es

$$H = \frac{p_\varphi^2}{2I} + \frac{1}{2}C\varphi^2$$

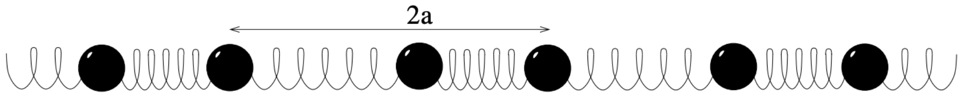
done $p_\varphi = I\dot{\varphi}$ es el conjugado del ángulo. $I = mL^2/12$ es el momento de inercia del espejo de masa m.
El espejo está en equilibrio con el gas circundante a la temperatura T. Está sujeto a fluctuaciones debidas a la agitación térmica.
Calcular la función de partición. Deducir la energía media del espejo y las fluctuaciones angulares $\langle\varphi^2\rangle$. Obtener el mismo resultado usando el teorema de equipartición



Izquierda: principio del experimento: un haz de luz se refleja en un espejo suspendido de un alambre. Derecha: registro del movimiento del haz de luz. Datos extraídos del artículo: Eugen Kappler, Versuche zur Messung der Avogadro-Loschmidtschen Zahl aus der Brownschen Bewegung einer Drehwaage, Annalen der Physik 11, p. 233 (1931)

3. Densidad de estado de los fonones

Consideramos una red unidimensional que consiste en N átomos idénticos e igualmente espaciados, cada uno tiene una masa m.



La posición de cada átomo es $x_n = na,\ n = 1, \ldots, N$. Al equilibrio, el átomo se encuentra en x_n, pero fuera del equilibrio, lo posición del átomo es $u_n = x_n(t) - na$. El hamiltoniano del sistema es

$$H = \sum_n \frac{p_n^2}{2m} + \frac{\lambda}{2} \sum_n (u_n - u_{n-1})^2 \quad p_n = m\dot{u}_n$$

con λ la constante del resorte.

1. Demostrar que en el límite continuo, tenemos una ecuación de onda
2. Identificar la velocidad de sonido
3. Encontrar la relación de dispersión
4. Asumiendo condiciones periódicas de la onda, obtener la discretización del vector de onda
5. Deducir la densidad de estados $\rho(\omega)$ usado en el capítulo 13.