1. Energía de oscilación clásica

Consideramos un sistema de N partículas por lo cual la dinámica esta dada por el hamiltoniano

$$H = \sum_{i=1}^{N} \Big(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 q_i^2 \Big)$$

Escribir la energía media de este sistema en función de la temperatura y comparar el resultado con el caso cuántico (ver ayudantía 2).

2. Gas ultra-relativista

Según Einstein, la energía de una partícula es $E = \sqrt{\mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$ lo que implica que en el caso ultra-relativista $E = |\mathbf{p}|c$. Supongamos que tenemos un gas ultra-relativista en 3 dimensiones, de N partículas tal que

$$E = c \sum_{i=1}^{N} |\mathbf{p}_i|$$

Obtener la ecuación de estado del gas.

3. Partículas con volumen excluido

Asumimos que N partículas en un volumen se desplazan de forma libre pero que tienen un cierto volumen, que aproximaremos como una celda cubica de volumen σ. Esta modelización permite representar una interacción repulsiva a pequeñas distancias. Las partículas son libre pero no pueden ocupar el mismo volumen. Esta "repulsión" debería cambiar la ecuación de estado del gas. Obtener esta ecuación.