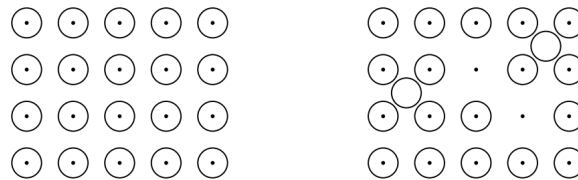


### 1. Entropía de los agujeros negros

Un agujero negro es una región desde la cual nada puede escapar. Esta definido (en el caso de despreciar su rotación) por un radio, llamado el horizonte  $R = \frac{2GM}{c^2}$  con  $G$  la constante de gravitación,  $c$  la velocidad de la luz y  $M$  la masa del agujero negro. Hawking mostró que los agujeros negros emiten (desde su alrededor) una radiación de temperatura  $T = \frac{\hbar c^3}{8\pi G k_B M}$ . Sabiendo que la energía de una agujero negro es  $E = Mc^2$ , demostrar que su entropía es proporcional al área.

### 2. Defecto intersticial

A altas temperaturas, los átomos de un cristal pueden ser excitados desde sus posiciones regulares en el cristal a posiciones intersticiales que no están en la red cristalina. Supongamos que existe un coste energético  $\epsilon$  para que un átomo se mueva a una posición intersticial, de modo que si se crean  $n$  intersticiales, la energía es  $E = n\epsilon$ .



1. Si una red cristalina tiene  $N$  sitios y  $N$  posiciones intersticiales posibles, encuentre el numero de formas para que  $n$  átomos sean excitados a posiciones intersticiales.
2. Deducir, la entropía, la energía en función de la temperatura y la capacidad calorífica definida como  $C_V = dE/dT$  es decir la cantidad de energía necesaria para que el sistema aumenta su temperatura de 1 grado ( $\Delta E/\Delta T$  con  $\Delta T = 1$ ).

### 3. Energía de oscilación

Consideramos que hay  $N$  partículas, independientes e idénticas, formando una red cristalina. Cada átomo oscila alrededor de su posición de equilibrio. Asumimos que cada uno, oscila con la misma frecuencia y con una energía cuántica  $\hbar\omega(n_i + 1/2)$ ,  $n_i$  es el numero cuántico de excitación del átomo  $i$ . La energía total del sistema es

$$E_M = \sum_{i=1}^N \hbar\omega(n_i + 1/2) = \hbar\omega\left(M + \frac{N}{2}\right), \quad \text{con } M = n_1 + \dots + n_N$$

1. Para una energía total  $E_M$ , obtener el numero de excitaciones distintas que podemos obtener con los  $N$  osciladores.
2. Obtener la energía en función de la temperatura y la capacidad calorífica.