Análisis de Señales Digitales

(repaso basico)

- **Clase 2 (hoy):** Introducción Señales Digitales y Matlab
- **Clase 3 (una parte hoy):** Análisis de Fourier 1D y Fuga Espectral
- **Clase 4 (Lunes 2 de Abril):** Fourier Dinámico y Wavelets

Germán Varas
Lunes 19 de Marzo de 2018

Clase 2

Análisis de Señales Digitales

(repaso basico)

- Introducción
- Sampleo
- Convertidor A/D
- Compresión de datos (ej: sonido e imagen)
- Aliasing & teorema de muestreo de Nyquist-Shannon
- Tarea 1

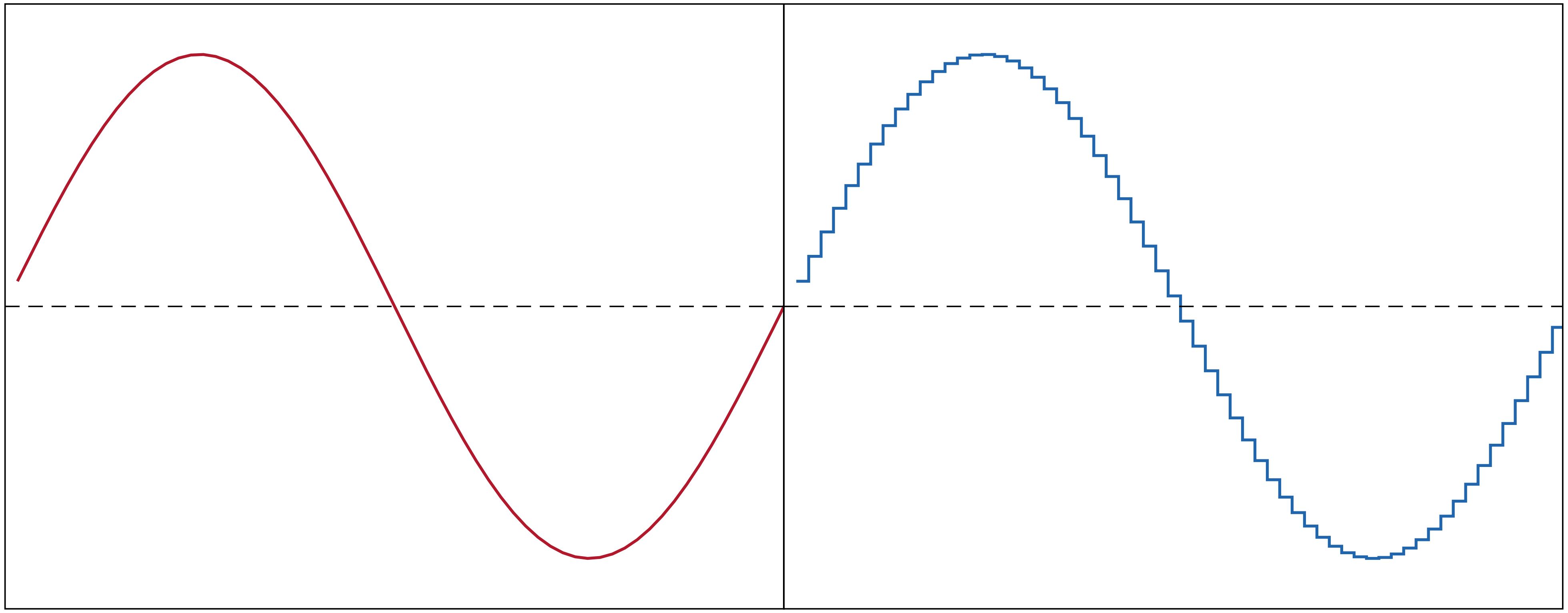
Germán Varas

Lunes 19 de Marzo de 2018

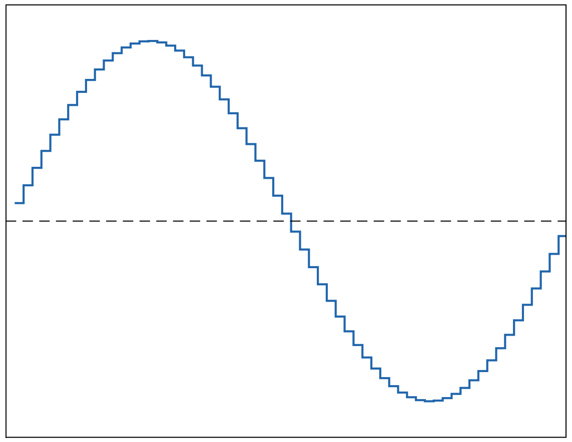
Clase 2

Análisis de Señales Digitales

(repaso basico)



Procesamiento Señales Digitales



Espacial

- Fotografia espacial
- Compresión de datos
- Análisis de sensores remotos

Medicina

- Diagnostico de imágenes (ultrasonidos, MRI, etc)
- Electrocardiogramas
- Análisis de imagen

Comercial

- Compresión de imágenes y sonido
- Efectos especiales
- Videollamadas

Telefonia

- Compresión de de voz y datos
- Reducción de eco
- Filtraje

Militar

- Radar
- Sonar
- Comunicaciones seguras

Industrial

- Búsqueda de petróleo
- Monitoreo y control
- CAD y herramientas de diseño

Cientifico

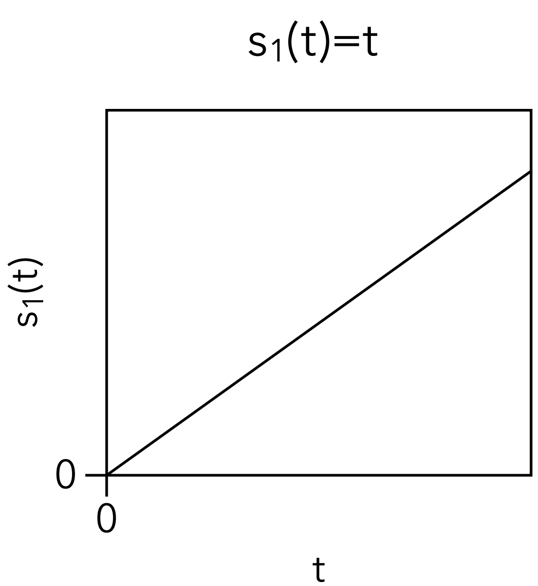
- Registro y análisis de terremotos
- Adquisición de datos
- Simulación y modela miento

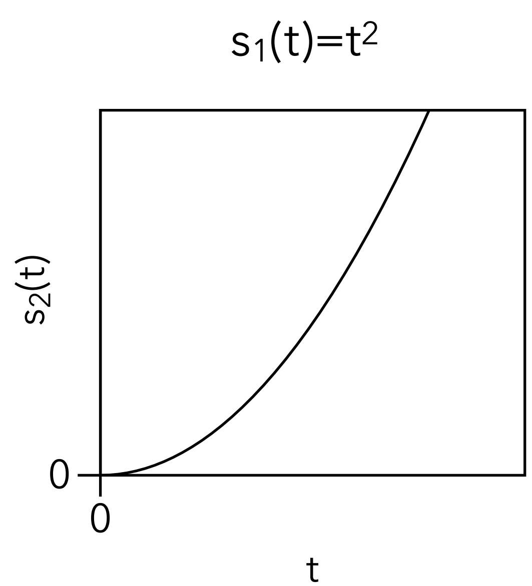
Procesamiento de Señales Digitales

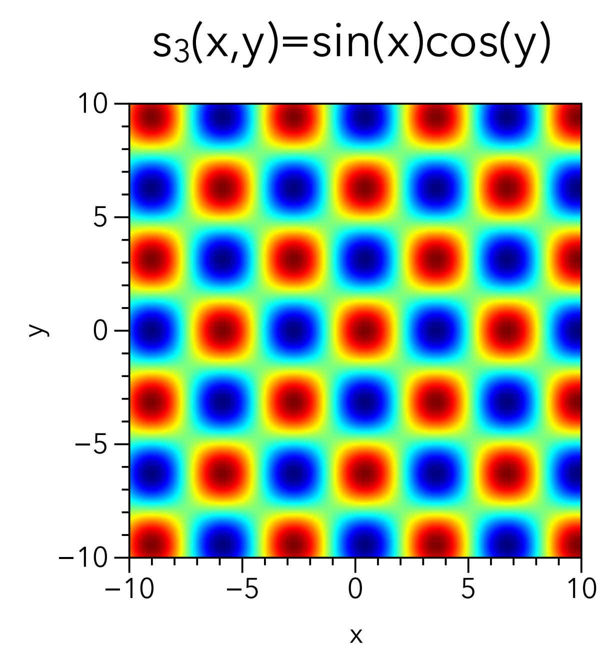
La *IEEE* Transactions on Signal Processing* establece que el término ***señal*** incluye audio, video, voz, imagen, comunicación, geofísica, sonar, radar, médica y señales musicales.

* Institute of Electrical and Electronics Engineers

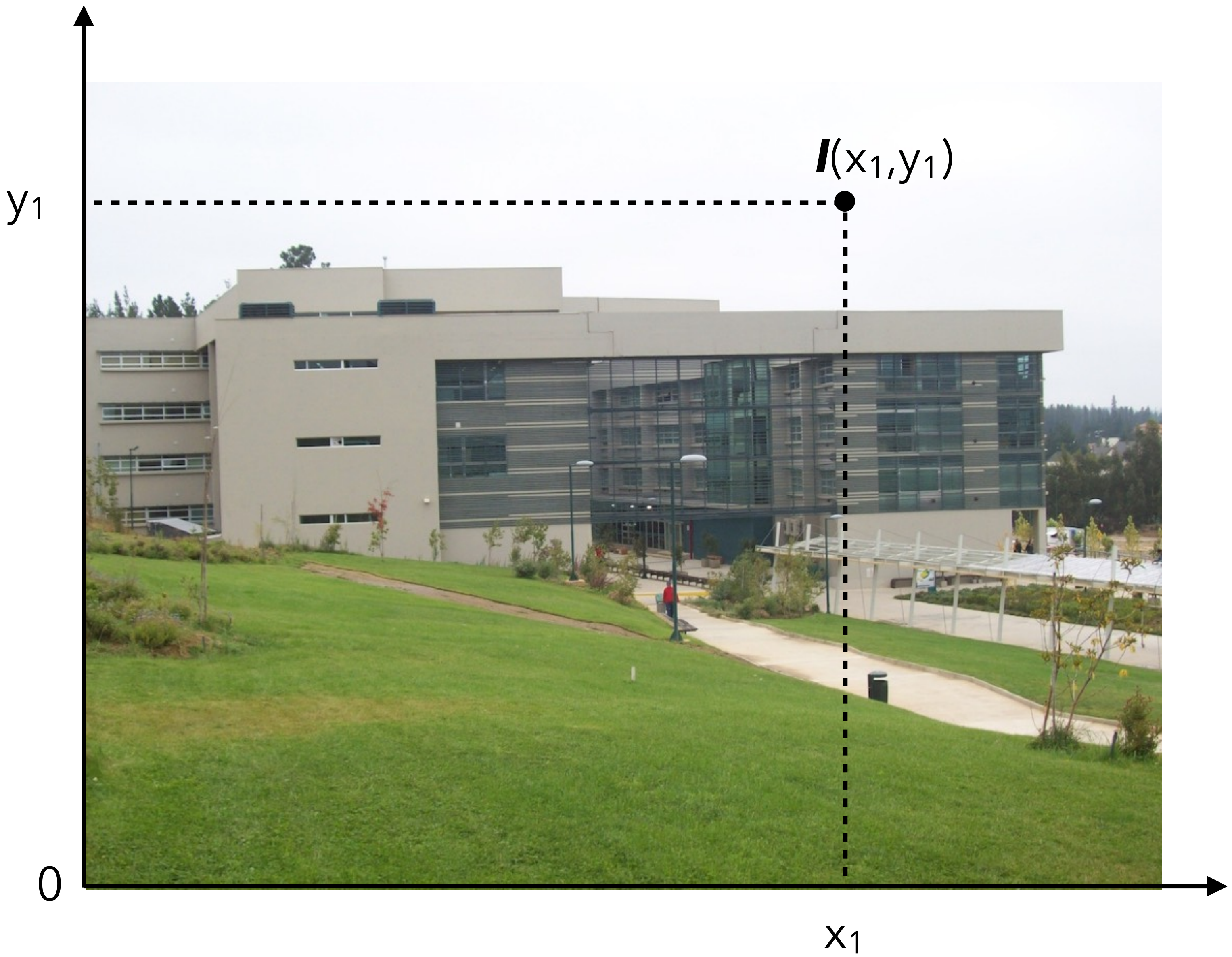
- Cualquier cantidad física que varia con el tiempo y/o espacio o cualquier otra variable(s) independiente(s).
- Matemáticamente la describimos como una función de una o mas variables independientes: $s_1(t)=5t$, $s_2(t)=10t^2$, $s_3(x,y)=\sin(x)*\cos(y)$, *etc.*







- Esta ultima expresión describe una señal de dos variables independientes (x,y) que podría ser una imagen.



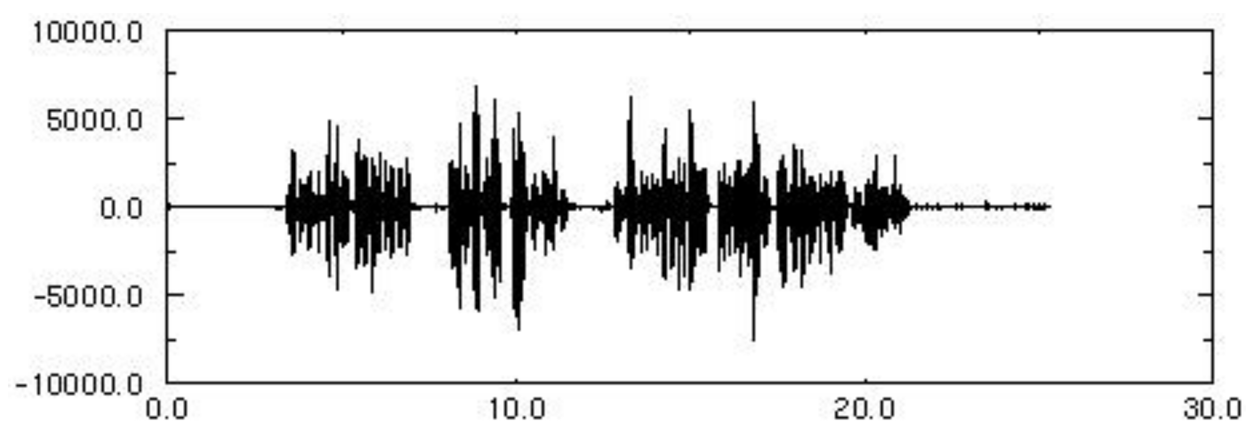
La intensidad puede cambiar en el tiempo y el espacio. En el caso de una imagen la señal final es compuesta por tres señales en las distintas escalas de colores (**r**,**g**,**b**).

$$\mathrm{I}(x,y,t) = \begin{bmatrix} I_r(x,y,t) \\ I_g(x,y,t) \\ I_b(x,y,t) \end{bmatrix}$$

Hay veces que no se puede describir una señal por una función *simple*

¿Que ocurre cuando la señal es más compleja?

Ejemplo: señal de audio, temblor, electrocardiogramas, electroencefalogramas, etc



La señal se puede escribir como suma de senos (o cosenos)

$$\sum_{i=1}^{N} A_i(t) \sin[2\pi\, F_i(t)t + \theta_i(t)]$$

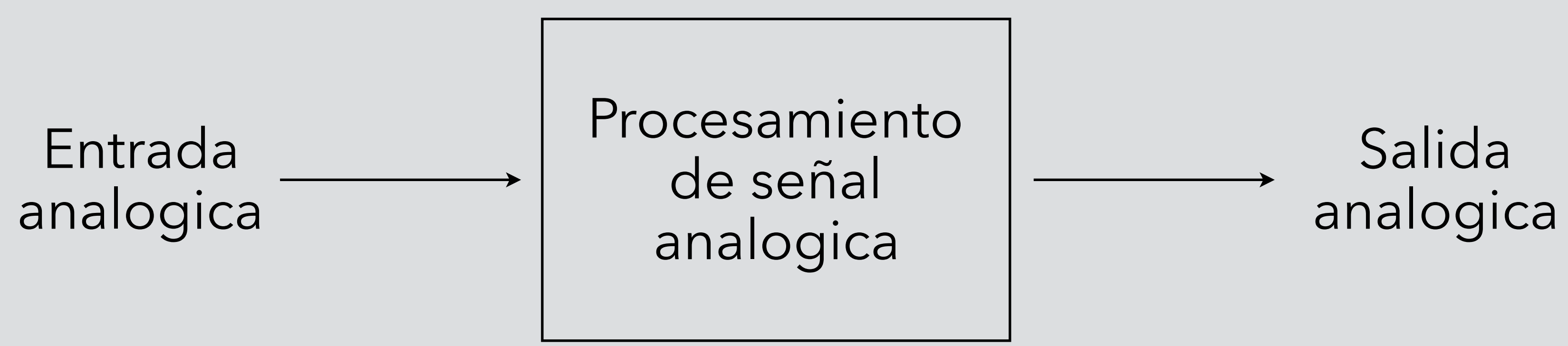
donde A(t), F(t) y θ(t) corresponde a la amplitud, frecuencia y fase respectivamente.

Elementos básicos de un sistema de procesamiento de señal digital

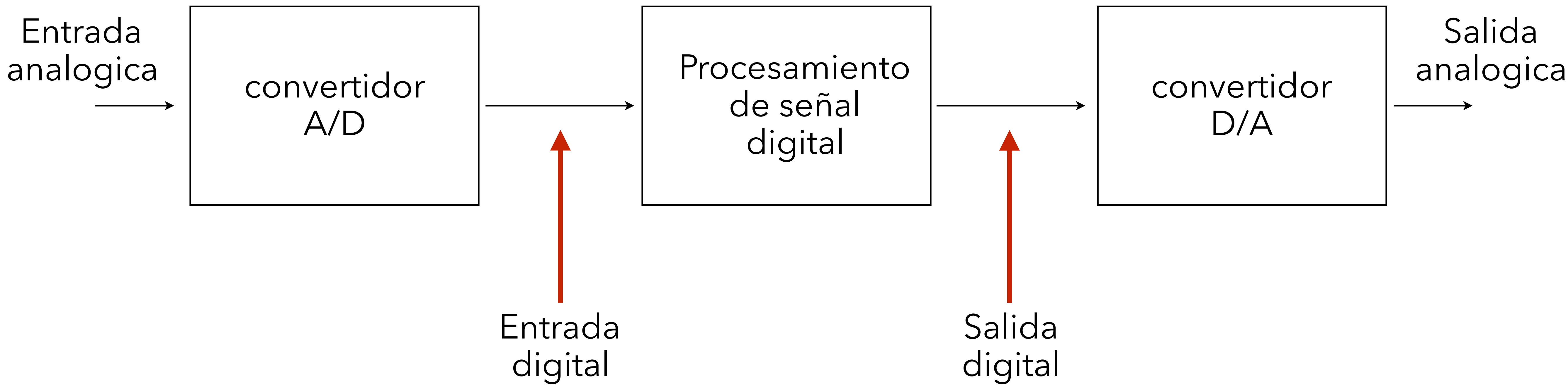
la mayoría de las señales encontradas en ciencia e ingeniería son análogas por naturaleza. Esto es, son funciones de una variable continua como el tiempo y espacio

Ejemplos: voz, señales biológicas, sísmicas, sonar, radares y otras señales de comunicación como audio y video

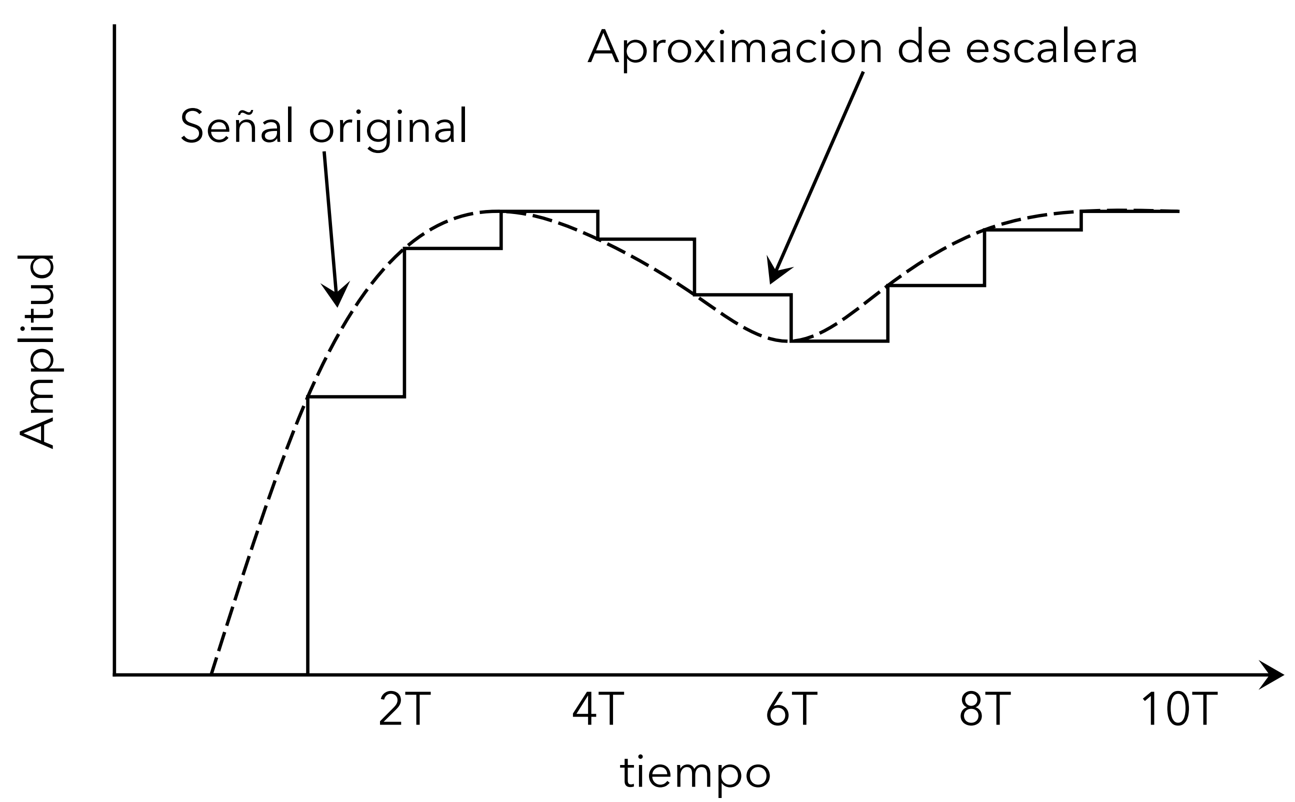
Sistema de procesamiento digital



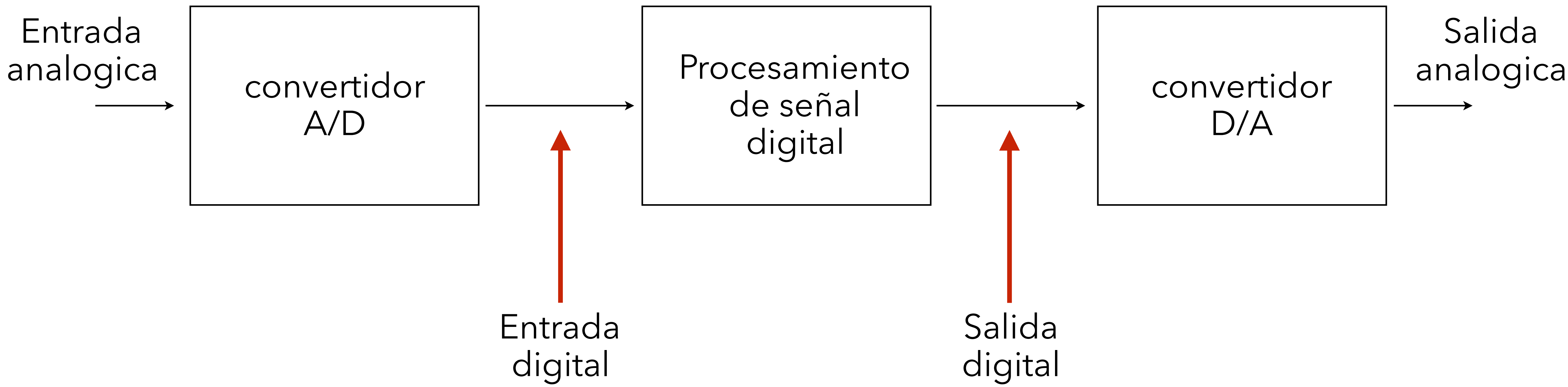
Sistema de procesamiento digital



se necesita una interface entre la señal analógica y el procesador digital. Este puede ser un computador o un microprocesador programada para dicha operación



Sistema de procesamiento digital

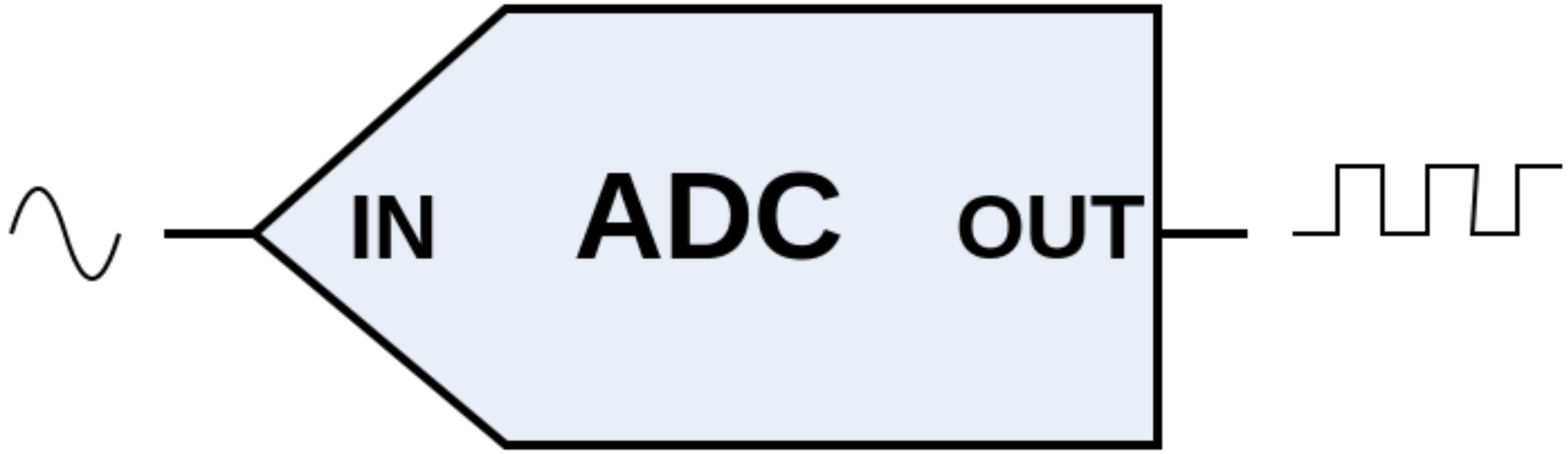


se necesita una interface entre la señal analógica y el procesador digital. Este puede ser un computador o un microprocesador programada para dicha operación

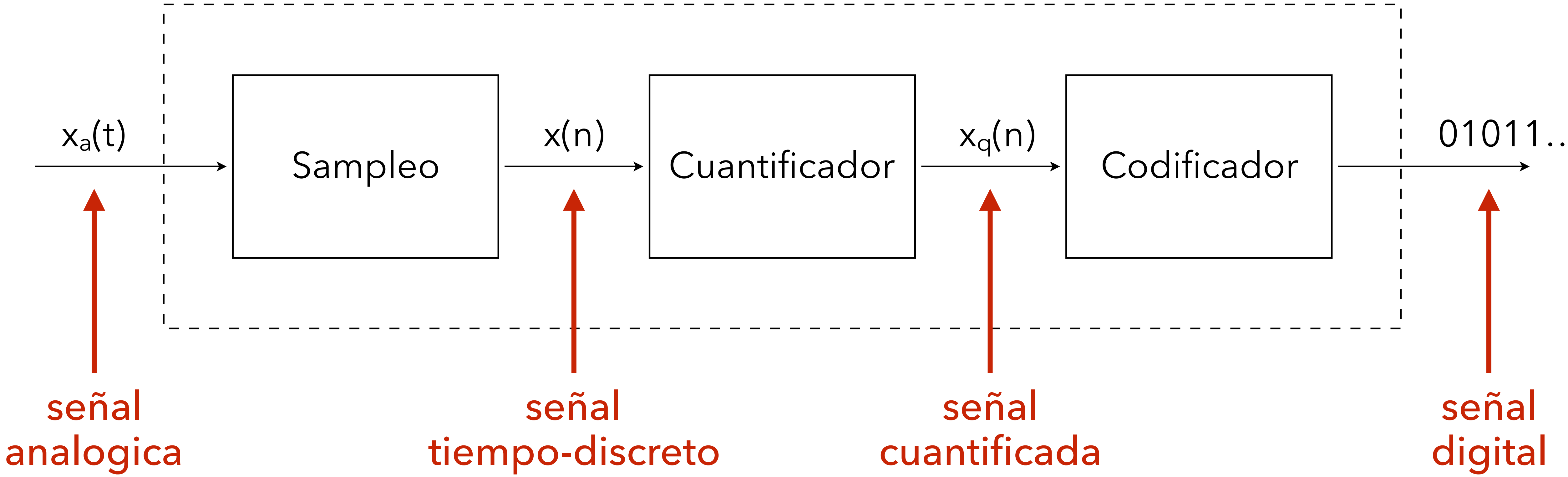
Ventajas de una señal digital sobre una analógica

1. Flexibilidad (reconfigurar el proceso - hardware vs software).
2. Bajo costo (computadores).
3. Manejo de la precision
4. Almacenamiento y transporte.

Convertidor A/D



Convertidor A/D

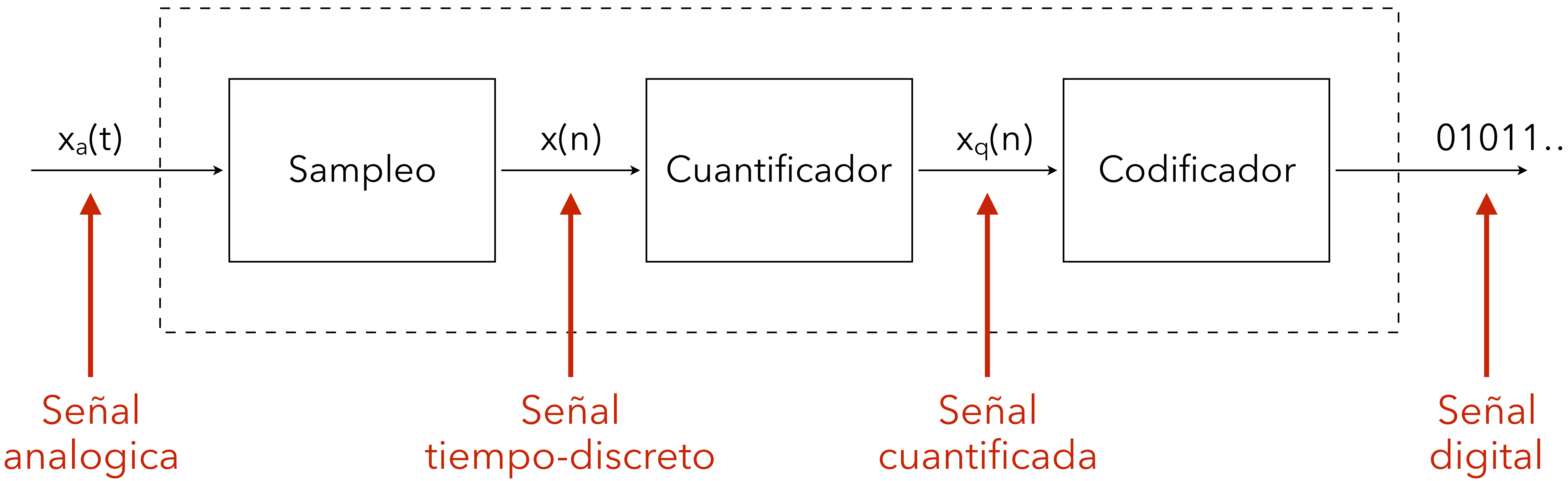


1. **Sampleo:** conversion de la señal tiempo-continua a tiempo-discreto tomando muestras a distintos instantes.

2. **Cuantificador:** conversion señal tiempo-discreto evaluada continuamente a una señal tiempo-discreto evaluada discretamente (digital). Cada valor de la señal sampleada es representado por un valor de un set finito de posibles valores.

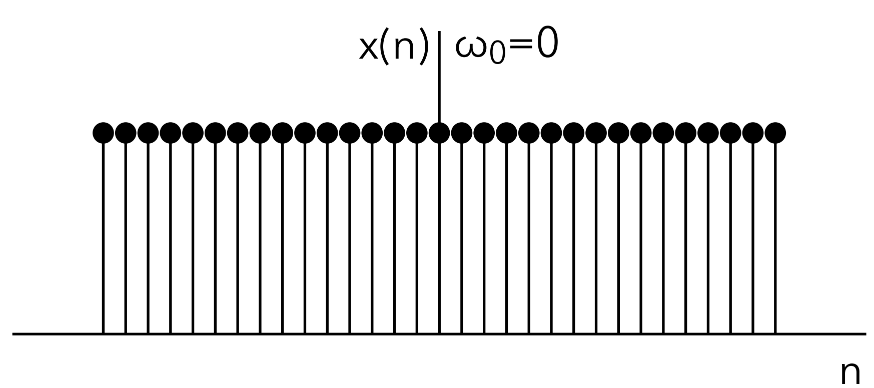
3. **Codificador**: cada valor discreto es representado por una secuencia binaria

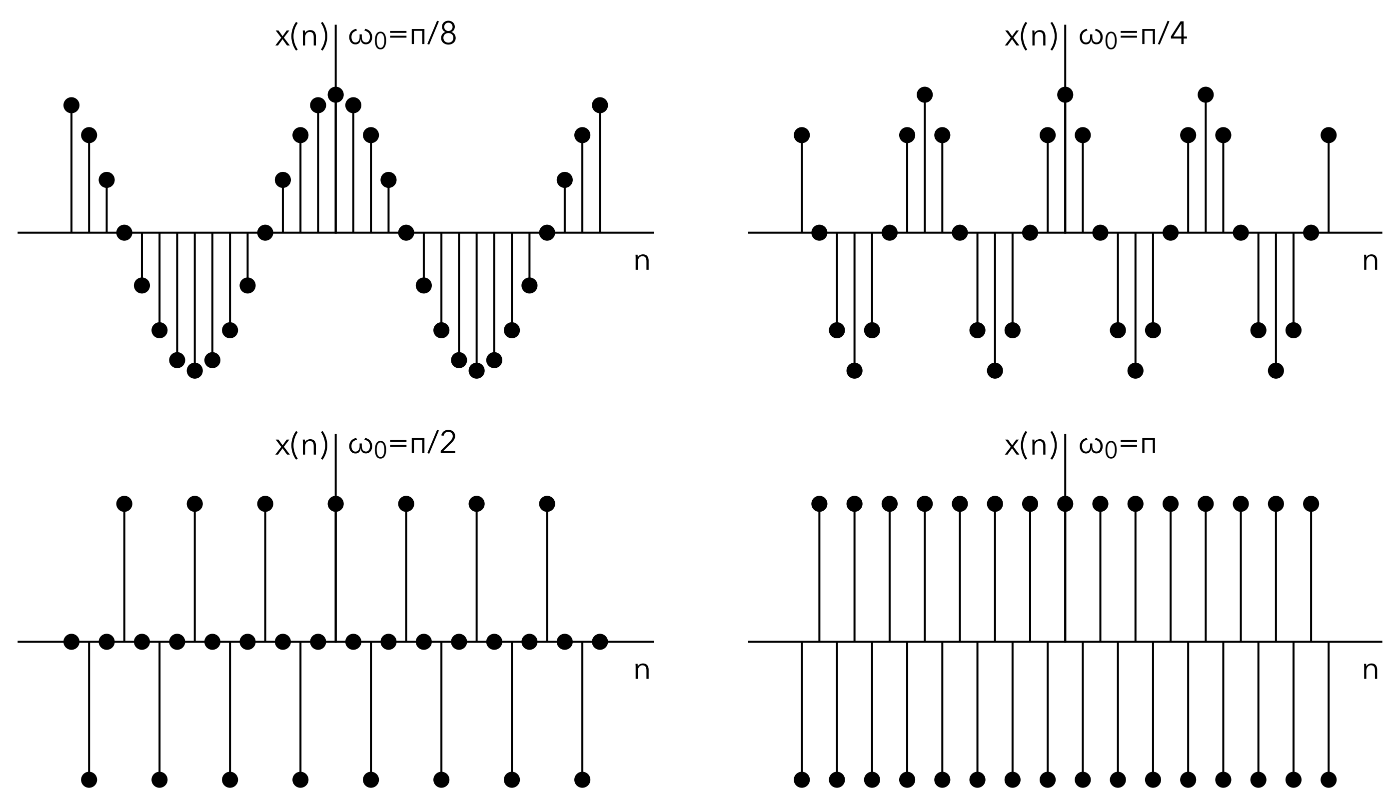
Convertidor A/D



Señal

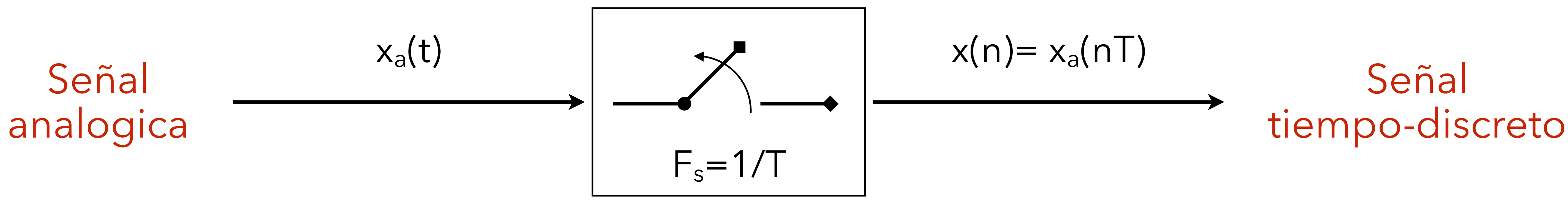
$$x(n)=\cos(w_0 n)$$



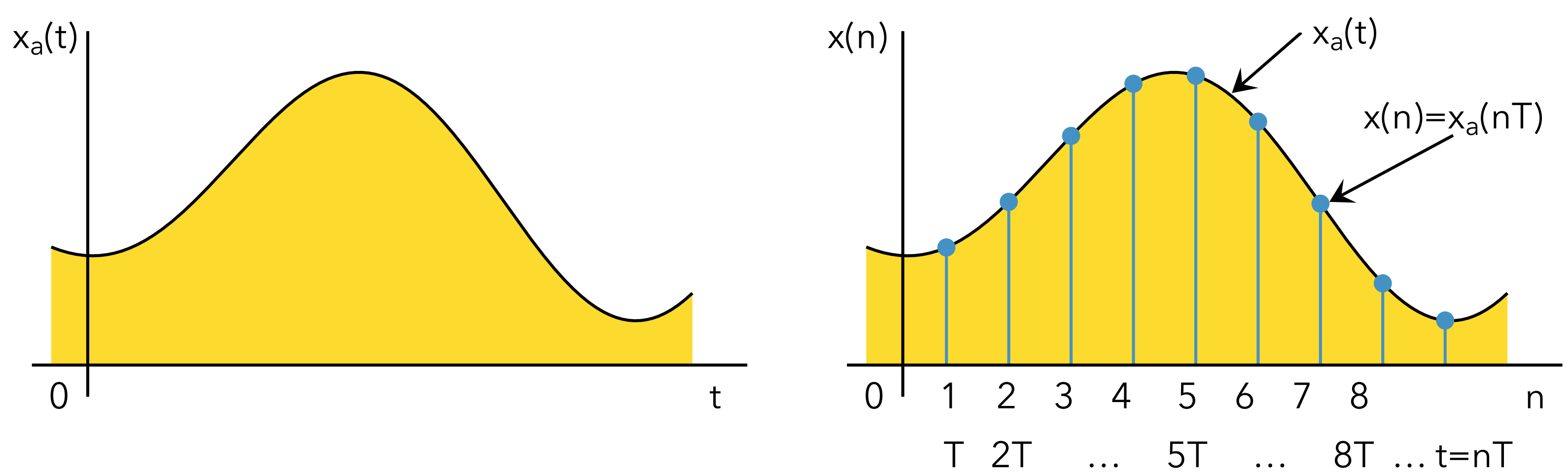


Discretización en el tiempo - Sampleo

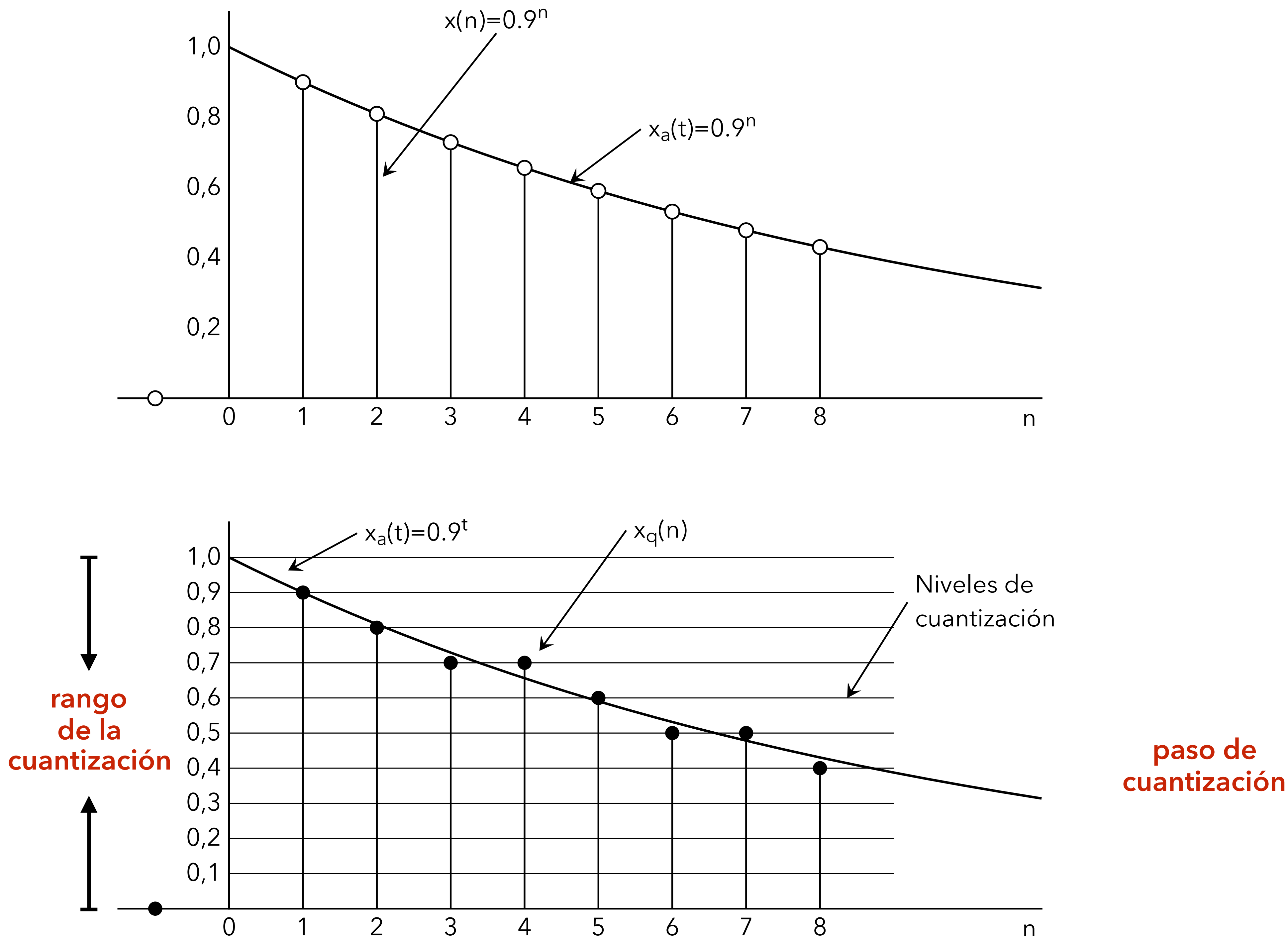
Sampler



Resultado



Discretización en niveles de amplitud - Cuantizacion



Ventaja de señales digitales

Compresión de datos: lossless vs lossy

Todas las técnicas de compresión de datos se pueden clasificar en dos categorías: técnicas de **compresión sin pérdidas** y técnicas de **compresión con pérdidas**.

★ En **compresión sin pérdida (lossless)**, los datos originales exactos se pueden reconstruir a partir de datos comprimidos.

★ En **compresión con pérdida (lossy)** algunos errores existen después de la de-compresión, pero esos errores no son obvios o perceptibles.

Ventaja de señales digitales

Lossless (sin perdida)

i. **LZW (Lempel Ziv Welch) –** algoritmo usado en documentos PDF [1, 2].
ii. **Codificación Huffman –** algoritmo usado para compresión de datos [1]
iii. **Shannon-Fano coding –** metodo de comprensione del formato ZIP [1].
iv. **Run Length encoding –** usados en maquinas de FAX [1].
v. **Golomb Coding –** usado en compresión de imágenes [1]

Lossy (con perdida)

i. **JPEG –** Técnica de comprensión de imágenes, implementación de la transformada discreta de cosenos (DCT).
ii. **MPEG –** Técnica de compresión de imágenes.
iii. **A-Law and Mu-Law compression –** Compresión de audio.
iv. **Linear Predictive Coding (LPC) –** Procesamiento de señales de voz.
v. **RELP (Residually Excited LPC), CELP (Codebook Excited LPC) –** variante de LPC usado en GSM y CDMA para compresión de voz.

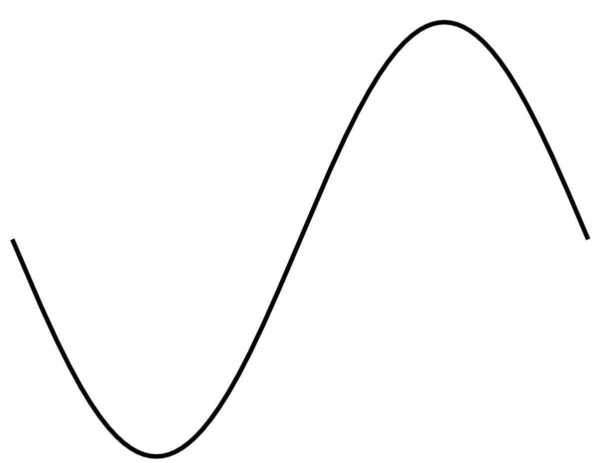
Ventaja de señales digitales

Lossless EPS file

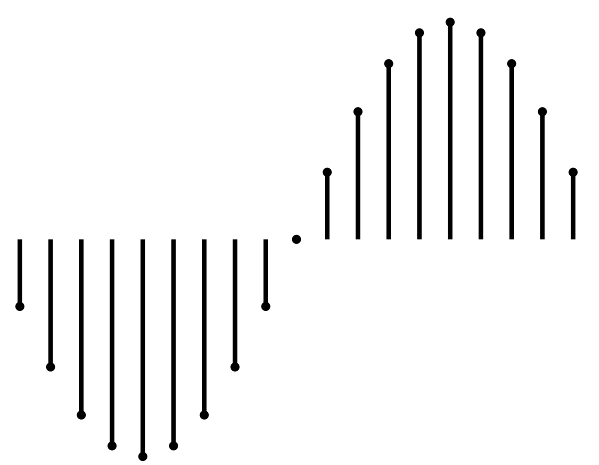
Lossy JPEG file

COMPRESION DE AUDIO : DEL CD AL MP3

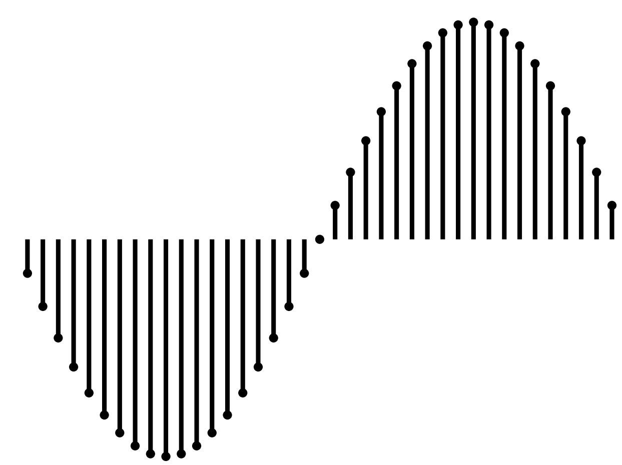
Un CD tiene una frecuencia de muestreo de 44.1kHz a 16 bits (32 bits en estéreo), esto quiere decir que puede reproducir como máximo frecuencias de 22.05kHz.



Señal analoga



Señal digital 64 kbps



Señal digital 128 kbps

COMPRESION DE AUDIO : DEL CD AL MP3

Un CD tiene una frecuencia de muestreo de 44.1kHz a 16 bits (32 bits en estéreo), esto quiere decir que puede reproducir como máximo frecuencias de 22.05kHz.

Lo que se traduce en: 44.100 x 32 = 1.4 millones bits/segundos

= 176.000 bytes/segundo

Si consideramos en promedio que una canción tiene 3 minutos de duración

<canción> ~32 millones de bytes = 32 mbytes

Es aquí donde la codificación del mp3 (ver link) actúa reduciendo prácticamente en un factor 10 el tamaño del archivo original

COMPRESION DE IMAGENES

Debido a la inmensa cantidad de información, se hace sumamente necesario disminuir su tamaño para una transferencia (y almacenamiento) mas eficiente.

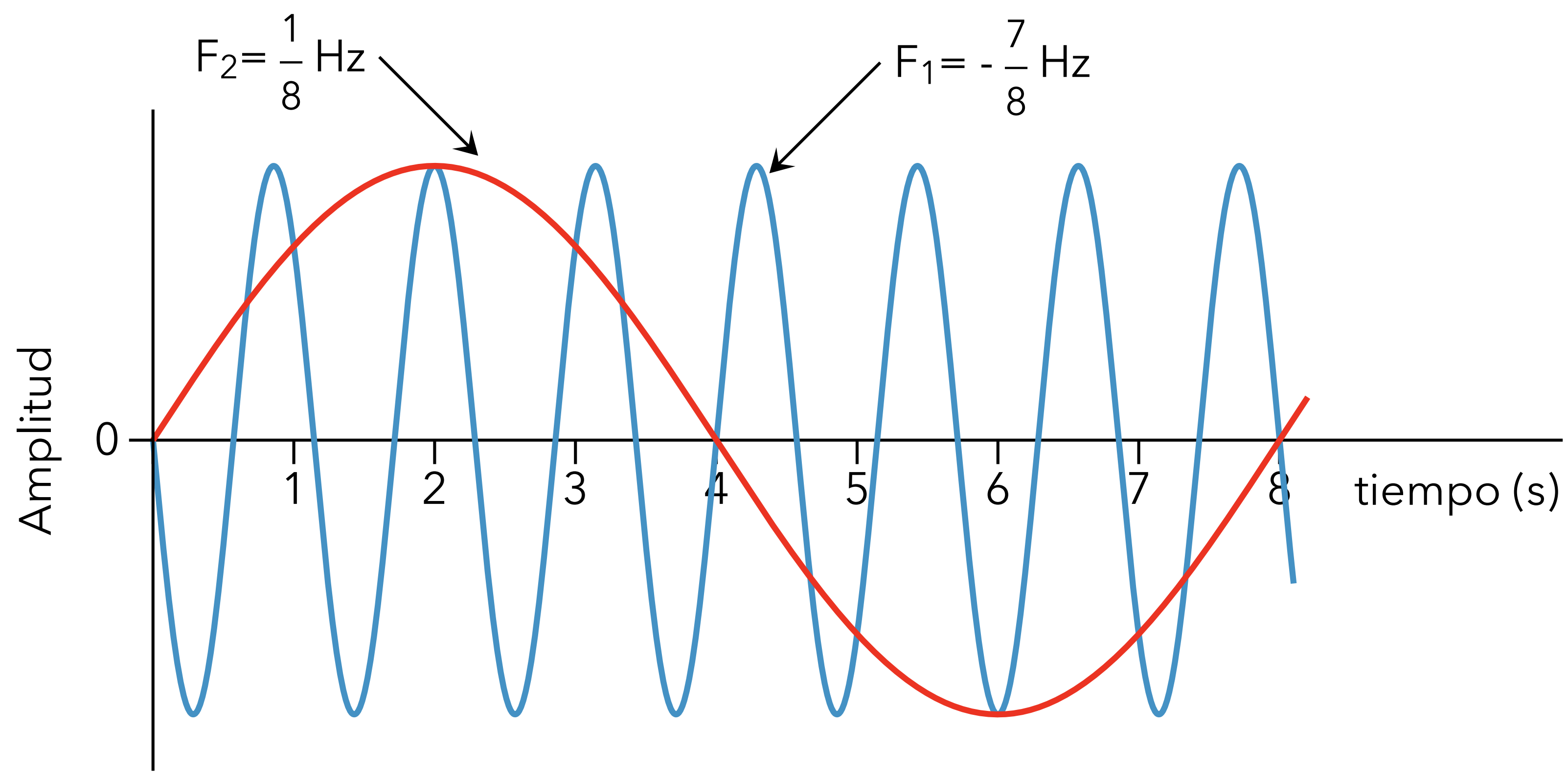
JPEG - **J**oint **P**hotographic **E**xperts **G**roup

LINK

¿Que ocurre si el sampleo es mas lento que la frecuencia de la señal?

ALIASING (POR VER...)

efecto que causa que señales continuas distintas se vuelvan indistinguibles cuando se muestrean digitalmente



Teorema de muestreo de Nyquist-Shannon

El teorema demuestra que la reconstrucción exacta de una señal periódica continua en banda base a partir de sus muestras, es matemáticamente posible si la señal está limitada en banda y la tasa de muestreo es superior al doble de su ancho de banda.

Si la frecuencia más alta contenida en una señal analógica $x_a(t)$ es $F_{max}=B$ y la señal se muestrea a una tasa $F_s > 2F_{max} = 2B$, entonces $x_a(t)$ se puede recuperar totalmente a partir de sus muestras mediante la siguiente función de interpolación:

$$g(t) = \frac{\sin(2\pi Bt)}{2\pi Bt}$$

Así, $x_a(t)$ se puede expresar como: $$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a\left(\frac{n}{F_s}\right) g\left(t - \frac{n}{F_s}\right)$$

donde $x_a\left(\frac{n}{F_s}\right) = x_a(nT) \equiv x(n)$ son las muestras de $x_a(t)$.

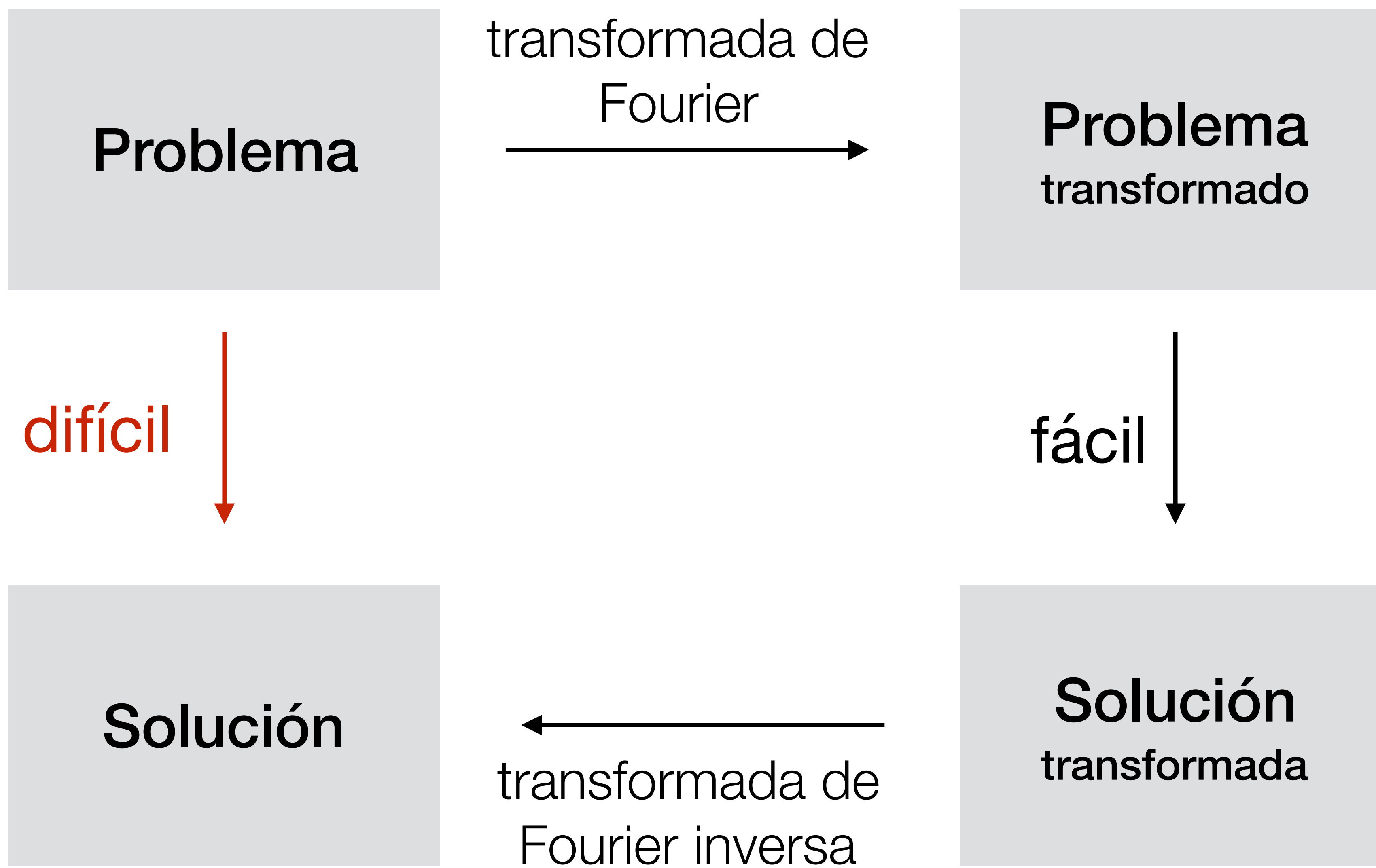
Parte 3

Análisis de Señales Digitales

- Análisis de Fourier paso a paso
- Ejemplo
- Tarea Matlab

Transformada de Fourier

¿Por qué transformar el problema?



Tipos de transformada

continuas

Laplace

$$\bar{F}(s) = \mathcal{L}F(t) = \int_0^\infty e^{-st} F(t) dt$$

$$F(t) = \mathcal{L}^{-1}\bar{F}(s)$$

Fourier

$$\hat{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{F}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

discretas

$$F(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(2\pi n \frac{t}{T}\right) + b_n \sin\left(2\pi n \frac{t}{T}\right) \right]$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos\left(2\pi n \frac{t}{T}\right) dt \qquad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \sin\left(2\pi n \frac{t}{T}\right) dt$$

Transformada de Fourier discreta

DFT Real

$$X_{re}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos\left(\frac{2i\pi kn}{N}\right)$$

$$X_{im}[k] = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \sin\left(\frac{2i\pi kn}{N}\right)$$

DFT Imaginaria

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-2i\pi kn/N}$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X[k] e^{-2i\pi kn/N}$$

La función **FFT** en Matlab es un algoritmo publicado en 1965 por J.W.Cooley y J.W. Tuckey para calcular eficientemente la DFT.

¿Cómo funciona en Matlab?

DFT Real

$$X_{re}[k] = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\cos\left(\frac{2i\pi kn}{N}\right)$$

$$X_{im}[k] = -\frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\sin\left(\frac{2i\pi kn}{N}\right)$$

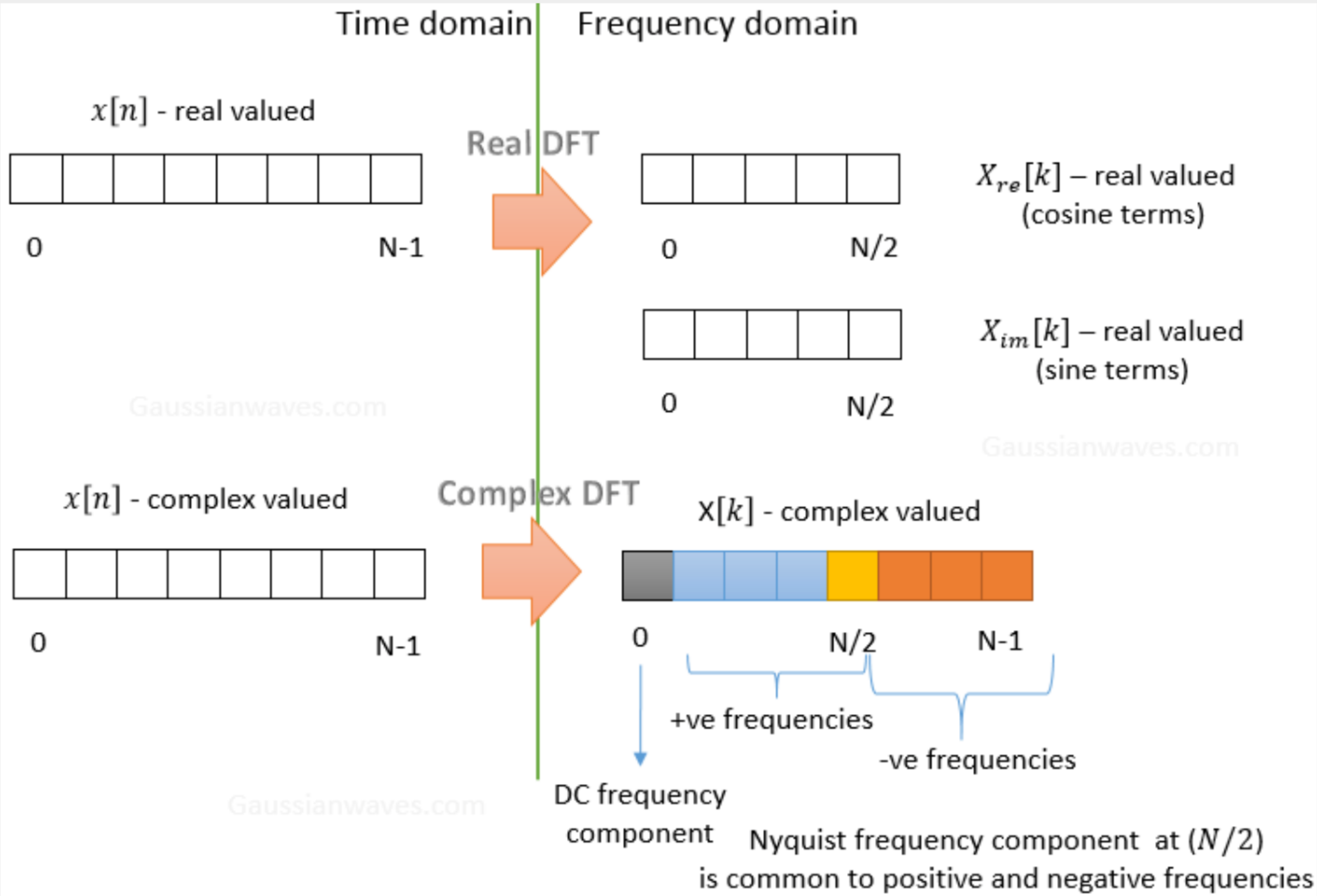
DFT Imaginaria

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-2i\pi kn/N}$$

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X[k]e^{-2i\pi kn/N}$$

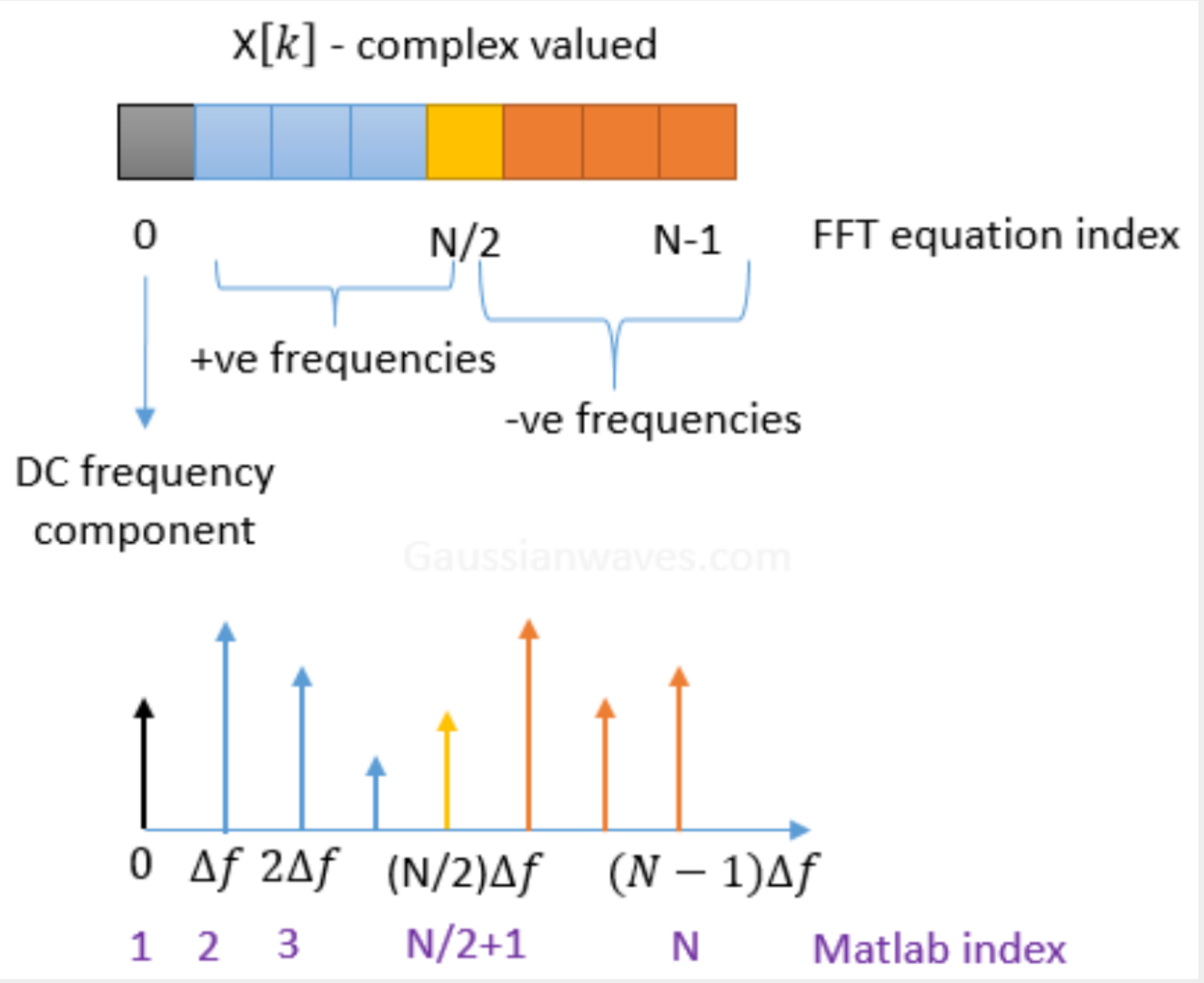
La función **FFT** en Matlab es un algoritmo publicado en 1965 por J.W.Cooley y J.W. Tuckey para calcular eficientemente la DFT.

¿Cómo funciona en Matlab?



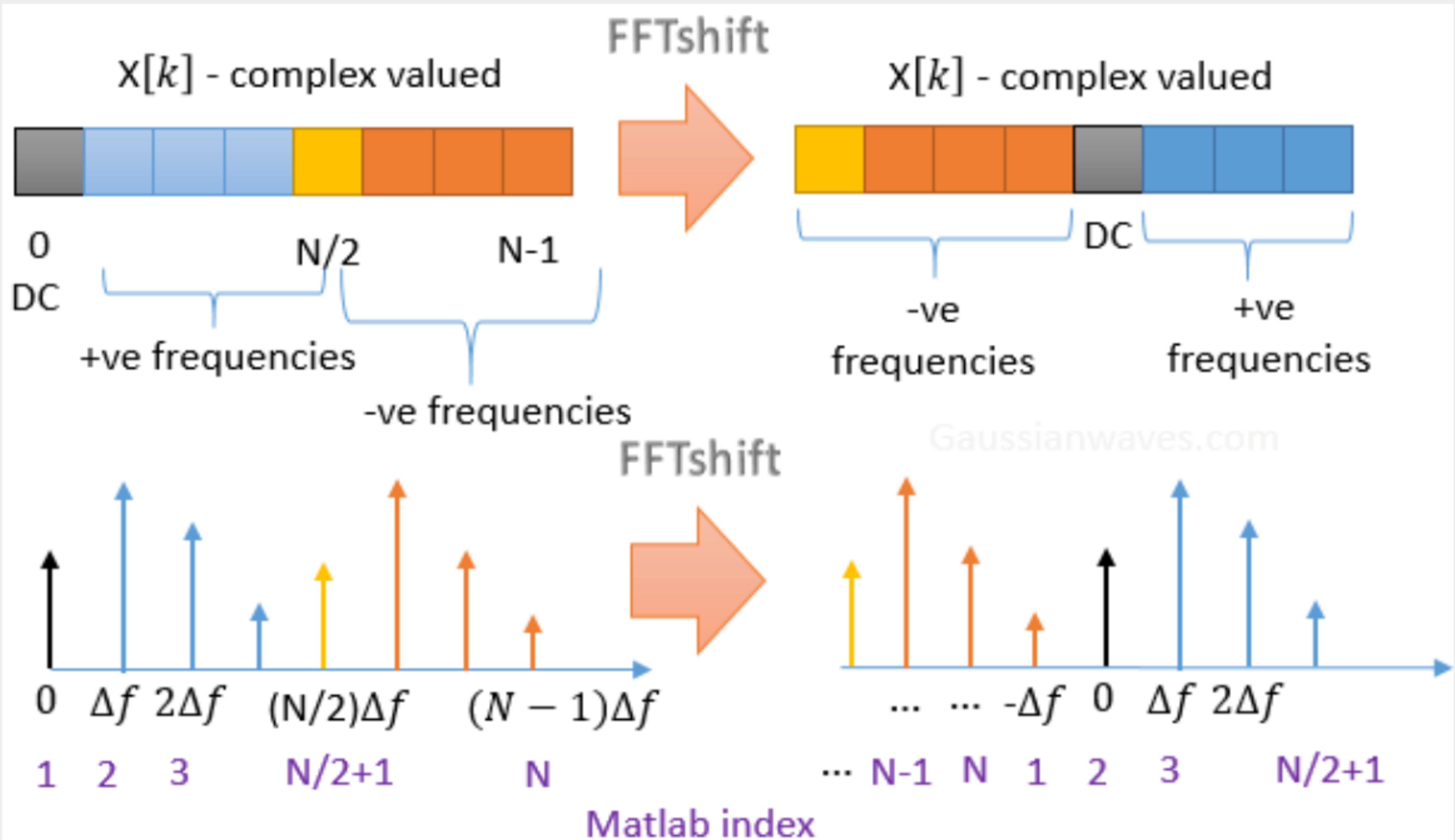
— Figure 1: Real and complex DFT

¿Cómo funciona en Matlab?



— Figure 2: Interpretation of frequencies in complex DFT output

¿Cómo funciona en Matlab?



— Figure 5: Role of FFTShift in ordering the frequencies

Ejemplo Matlab y Tarea