Prueba 2

FIS1231 - Física General Termodinámica

Prof. Germán Varas

Prof. Aux. Constansa Lizama

Semana 15 de mayo de 2023

Duración: lunes 15 (11:00 hrs) - jueves 18 (11:00 hrs)

Nota: *Presente sus resultados de forma clara, ordenada y con letra legible. Una respuesta está correcta cuando tanto el método como el resultado están correctos.*

P1. Bomba de calor - El objetivo es mantener una temperatura constante (T_C) al interior de una casa con la ayuda de una bomba de calor. Esta, funciona con una fuente fría que se encuentra al exterior a una temperatura T_F. La potencia de la bomba se ajusta de manera de compensar la perdida de calor que sufre la casa y se puede describir a través de la formula $dQ = C(T - T_F)dt/\tau$, donde dQ es la cantidad de calor perdido durante el intervalo de tiempo dt, T la temperatura de la casa en el instante t, C la capacidad térmica de la casa y τ una constante característica de tiempo.

(a) Si fijamos la temperatura de la casa al valor deseado, T_C, y detenemos nuestro sistema de calefacción, observamos que transcurrido un tiempo t_p, la temperatura descendió a T_p. Calcule el valor de τ en función de las demás variables.

(b) Encuentre el valor numérico, considerando que $T_F = 280$ K, $T_C = 290$ K, $T_p = 285$ K, $C = 10^7\ \mathrm{J\,K^{-1}}$, $t_p = 2$ hrs. A partir de esto, encuentre la cantidad de calor que la bomba entrega por segundo ($\dot{Q}$) a la casa para mantenerla a temperatura T_C.

(c) En la práctica, la eficiencia real de la bomba de calor alcanza un 40 % de la eficiencia teórica maxima. ¿Cuanto trabajo $\dot{W}$ debe recibir por segundo para mantener la temperatura T_C en la casa?.

(d) ¿Cuanto calor por segundo $\dot{Q}_F$ recibo la bomba desde la fuente fria? utilice los valores numéricos entregados en (b).

P2. Potenciales termodinámicos - Derive las siguientes relaciones generales:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right],$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_G = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V\left(\frac{C_p}{S} + 1\right),$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U = -\frac{1}{C_V}\left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p\right],$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{1}{C_V}T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V.$$

P3. Propiedades de la entalpía - Demuestre que:

$$\text{(a)}\ \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{H,n} < 0,$$

$$\text{(b)}\ \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{T,n} = V(1-\alpha T),$$

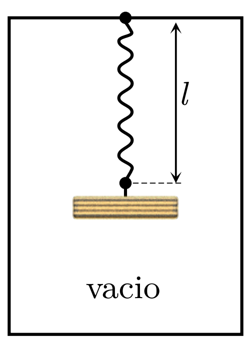
$$\text{(c)}\ \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_{T,n} = \frac{\alpha T - 1}{\chi_T}.$$

Definimos el el coeficiente de dilatación volumetrico $\alpha = (1/V)(\partial V/\partial T)_{p,n}$ y el coeficiente de compresibilidad isotérmica $\chi_T = -(1/V)(\partial V/\partial p)_{T,n}$. Finalmente, encuentre $(\partial H/\partial p)_{T,n}$ y $(\partial H/\partial V)_{T,n}$ para un gas ideal.

P4. Caída de un peso unido a un resorte - Un resorte de masa despreciable, fijado a la pared superior de un recipiente vacío, sostiene en su extremidad inferior un objeto de masa m. Definiremos C como la capacidad térmica del objeto y C_l como la capacidad térmica del resorte a largo constante. Supondremos que ambos son independientes de la temperatura, así como las características mecánicas del resorte (constante elástica k y largo natural l_0).

(a) Si consideramos el sistema, resorte + objeto, muestre que su entropía depende sólo de la temperatura y entregue una expresión para la energía interna.

(b) En el estado inicial, de temperatura T_i una cadena mantiene el largo del resorte igual a l_0. Si cortamos la cadena, determine la temperatura T_f en el estado de equilibrio final.



P5. Barra de goma - La ecuación de estado de una barra deformable en equilibrio, relaciona la fuerza $\vec{f}$ que se ejerce en su extremidad, a su largo l y su temperatura T. En su regimen elástico es lineal,

$$\vec{f} = -k(T)[l - l_0(T)]\hat{u}, \tag{1}$$

donde $k(T) > 0$ designa la constante (elástica) de retorno de la barra, $l_0(T)$ su largo natural (en reposo) y $\hat{u}$ el vector unitario colineal a la barra, dirigido al exterior de este. Consideremos una barra particular que posee, en un cierto rango de temperatura, las siguiente propiedades:

- Su largo en reposo l_0 y su constante de elasticidad k varia con la temperatura T según $l_0(T) = A + B/T$ y $k = \alpha T$ (A, B y α son constantes positivas).

- Su capacidad térmica $C_l = T(\partial S/\partial T)_l$ no depende de la temperatura.

(a) Escriba la expresión para el trabajo recibido por la barra dW a lo largo de una variación infinitetisimal (reversible) dl de su largo.

(b) Calcule $(\partial S/\partial l)_T$. Muestre que la capacidad térmica de la barra, a largo constante, es una cantidad invariable C_0. Deduzca la expresión de la entropía $S(T,l)$ y la energía interna $U(T,l)$.

(c) Llamemos C_f a la capacidad térmica a fuerza constante. Determine la diferencia $C_f - C_l$ y muestre que no depende de l. Escriba C_f en términos de las variables naturales T y f.

(d) La barra se encuentra a temperatura T_i con un largo l_i. Si estiramos de manera reversible y adiabáticamente hasta el largo l_f, calcule la temperatura final T_f.

(e) Partiendo de un estado T_i con $l_i = l_0(T_i)$, conectamos la barra horizontal a una masa M por una cuerda inextensible. Si soltamos la masa, y suponiendo que el proceso es adiabático, muestre que la barra se estira y que su temperatura aumenta. Escriba la ecuación que permita encontrar T_f.