DETERMINACIÓN DE LA VISCOSIDAD DE UN LÍQUIDO

OBJETIVO

En este experimento se determinará el coeficiente de viscosidad del aceite de motor.

INTRODUCCIÓN

Las fuerzas que actúan sobre un objeto que baja en un líquido son: la fuerza gravitatoria, F_g = - mg, la fuerza de empuje E y una fuerza de rozamiento F en sentido contrario al movimiento, como se indica en la figura 1.

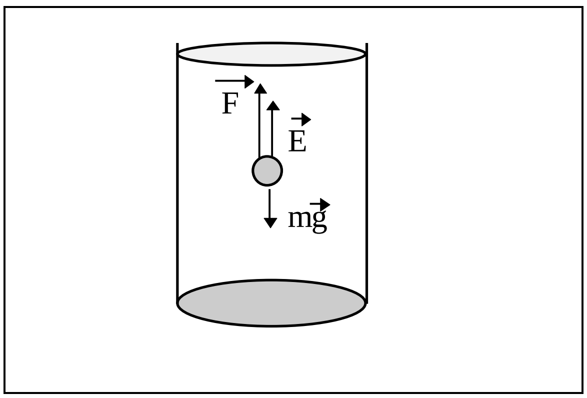

Figura 1. Diagrama de fuerzas.

Considerando que el cuerpo que baja es una esfera de radio r y masa m, la magnitud de la fuerza de fricción del fluido $\vec{\mathbf{F}}$, es:

$$\mathbf{F} = -k\,\eta\,\mathrm{v} \qquad (1)$$

Donde,:el coeficiente k es depende de la forma del cuerpo, en el caso de una esfera $K = 6\pi r$ relación conocida como la ley de Stokes. $\boldsymbol{\eta}$ es el coeficiente de viscosidad o coeficiente de rozamiento del líquido de pende de de la fricción interna del fluido, es independiente del material de la esfera, solo depende del fluido y de la temperatura de este y **v** es la rapidez instantánea de la esfera. Es la razón entre la fuerza de cizalle y la deformación , de acuerdo a la ley de viscosidad de Newton. (viscosidad absoluta o dinámica). Por lo cual en este caso queda:

$$\mathbf{F} = -6\pi R\eta\,\mathrm{v}$$

.

Las unidades del coeficiente de viscosidad son:

Sistema Internacional

$$[\eta]=\left[\frac{Ns}{m^2}\right]=\left[\frac{kg}{m\,s}\right]$$

Sistema Gaussiano

$$[\eta]=\left[\frac{g}{cm\,s}\right]=[Poise]$$

La viscosidad cinemática es la razón entre la viscosidad dinámica y la densidad del fluido
Es decir:

$$\eta_C=\frac{\eta}{\rho}$$

$$[\eta_C]=[Stoke]=1\left[\frac{cm^2}{s}\right]=100[cSt]=0,0001\left[\frac{m^2}{s}\right]$$

$$[\eta_C]=[cSt]=0,01[Stoke]$$

Considerando que la rapidez inicial con que ingresa la esfera al fluido es pequeña y que la magnitud de la fuerza gravitatoria F_g, es mayor que el empuje E, la fuerza resultante que inicialmente actúa sobre la esfera será hacia abajo, por lo cual su aceleración también es hacia abajo, lo que implica que en los primeros instantes la magnitud de la velocidad aumenta, pero como la fuerza de rozamiento F es proporcional a la rapidez (ec.1), llegará un instante en que se producirá un equilibrio de fuerzas, o sea:

$$\vec{\mathbf{F}}+\vec{\mathbf{E}}+\mathbf{m}\vec{\mathbf{g}}=\mathbf{0} \qquad (2)$$

Desde el instante en que se produce el equilibrio de fuerzas, la esfera bajará con una **velocidad límite constante**, de magnitud v_1. En el caso de fluidos muy viscosos la velocidad límite se alcanzará rápidamente.

Recordando que para una esfera de volumen V que se mueve en un líquido de densidad ρ, el tamaño del empuje E, de acuerdo al principio de Arquímedes, es igual al peso del fluido desplazado por la esfera, es decir:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \rho\mathbf{g}\ \mathbf{V}\\ \mathbf{E} &= \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\ \pi\mathbf{g}\rho\ \mathbf{r}^3\end{aligned} \qquad (3)$$

En condiciones de equilibrio, se puede escribir la ecuación (2) en la forma::

$$E + F = mg$$

usando las ecuaciones (1) y (3) se llega a:

$$\frac{4}{3}\pi g \rho\, r^3 + 6\pi r \eta\, v_1 = m\, g$$

despejando η queda:

$$\eta = \frac{(m - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho)\, g}{6\pi r v_1} \qquad (4)$$

Como la rapidez es constante, $v_1 = \frac{\Delta y}{\Delta t}$, siendo Δy la distancia que recorre la esfera en una parte de la trayectoria con velocidad constante en un intervalo de tiempo Δt, haciendo $\Delta y = d$, la ecuación (4) queda:

$$\eta = \frac{(m - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho)\, g t}{6\pi r d} \qquad (5)$$

esta expresión se cumple cuando el fluido tiene una extensión infinita. Cuando el fluido está en un tubo cilíndrico de radio R, las paredes producen una disminución en la velocidad de caída, según un factor $(1-2{,}4r/R)^{-1}$, por lo tanto, la ecuación (5) queda:

$$\eta = \frac{(m - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho)\, g t}{6\pi r d(1 - 2{,}4\frac{r}{R})} \qquad (6)$$

PARTE EXPERIMENTAL

1. Mida con el tornillo micrométrico el diámetro de 10 esferas pequeñas, que no tengan deformaciones. Calcule el promedio del radio r.
2. Usando el pie de metro mida el radio interno R del tubo, en diferentes posiciones. Determine el radio promedio.
3. Determine la masa de las 10 esferas medidas en (1) utilizando una balanza analítica. Calcule el promedio
4. Introduzca un termómetro en el fluido y mida la temperatura del aceite.
5. Deje caer dentro del fluido y desde una posición próxima al nivel superior del aceite una de las esferas medidas y observe en que posición comienza a descender con velocidad constante, marque esa posición A, con una arnela de hilo. Observe además en que lugar empieza a disminuir su velocidad y marque también esa posición B.
6. Deje caer las otras esferas una a una y mida con un cronómetro el tiempo que demora en recorrer la distancia AB, anote cada intervalo de tiempo.
7. Repita lo anterior para otro grupo de esferas de diámetro distinto.

8. Mida la densidad del aceite usando un picnómetro. Para esto mida la masa del picnómetro vacío, luego llene de aceite y vuelva a masar. Como el volumen del picnómetro es conocido mida la densidad, recordando que: $\rho = \frac{m}{V}$.
9. Usando los valores de los parámetros ya conocidos, determine la viscosidad del aceite.

10. Investigue el valor de la viscosidad del aceite que usó y luego calcule el error relativo de η respecto el valor teórico. La viscosidad cinemática del aceite que usted usará es 300(cSt) a 200ºC.

CALCULO DE ERRORES

Se omitirá el término correctivo de η porque su valor es relativamente pequeño. Por lo tanto el error relativo será:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \pm\left(\frac{\Delta \mathbf{t}}{\bar{\mathbf{t}}} + \frac{\Delta \mathbf{r}}{\bar{\mathbf{r}}} + \frac{\Delta \mathbf{d}}{\bar{\mathbf{d}}} + \frac{\Delta(\mathbf{m} - \rho \mathbf{V})}{(\bar{\mathbf{m}} - \rho \mathbf{V})}\right) \qquad (7)$$

- <u>Cálculo de Δt/t y Δr/r</u>

Ambos pueden calcularse como errores estándar, de acuerdo a la expresión:

$$\frac{\Delta \mathbf{x}}{\bar{\mathbf{x}}} = \pm\frac{\mathbf{1}}{\bar{\mathbf{x}}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{x_i} - \bar{\mathbf{x}}^2)}{\mathbf{n(n-1)}}} = \frac{\sigma_{\mathbf{n}}}{\bar{\mathbf{x}}} \qquad (8)$$

- <u>Cálculo de Δd/d</u>

Δd se puede estimar en ± 0.04 (cm), lo que se podría mejorar a ± 0.2 (cm) si la marcas en el tubo fuesen suficientemente finas. Considerando lo primero se tiene.

$$\frac{\Delta \mathbf{d}}{\mathbf{d}} = \pm\frac{0.04}{\bar{\mathrm{d}}} \qquad (9)$$

- <u>Cálculo de Δ(m - ρ V)/(m - ρ V)</u>

Como:

$$\Delta(\bar{\mathbf{m}} - \rho\bar{\mathbf{V}}) = \pm(\Delta\mathbf{m} + \rho\Delta\mathbf{V} + \bar{\mathbf{V}}\Delta\rho)$$

Por lo tanto queda:

$$\frac{\Delta(\bar{\mathbf{m}} - \rho\bar{\mathbf{V}})}{(\bar{\mathbf{m}} - \rho\bar{\mathbf{V}})} = \pm\frac{(\Delta\mathbf{m} + \rho\Delta\mathbf{V} + \bar{\mathbf{V}}\Delta\rho)}{(\bar{\mathbf{m}} - \rho\bar{\mathbf{V}})} = \frac{\left(\frac{\Delta\mathbf{m}}{\bar{\mathbf{V}}} + \frac{\rho\Delta\mathbf{V}}{\bar{\mathbf{V}}} + \Delta\rho\right)}{\left(\frac{\bar{\mathbf{m}}}{\bar{\mathbf{V}}} - \rho\right)}$$

Pero:

$$\frac{\Delta\mathbf{V}}{\bar{\mathbf{V}}} = 3\frac{\Delta\mathbf{r}}{\bar{\mathbf{r}}}$$

Queda finalmente:

$$\frac{\Delta(\overline{m} - \rho\overline{V})}{(\overline{m} - \rho\overline{V})} = \frac{\left(\dfrac{\Delta m}{\overline{V}} + \dfrac{3\rho\Delta r}{\overline{r}} + \Delta\rho\right)}{\left(\dfrac{\overline{m}}{\overline{V}} - \rho\right)}$$

Puede estimarse para la balanza analítica $\Delta m = \pm 0.0002$ (gr).

- Como η depende de la temperatura, el valor obtenido en este experimento es válido para la temperatura promedio en que se realizó. Así que, el resultado debe expresarse en la forma:

$$\eta_{<T>\pm\Delta T} = <\eta> \pm \Delta\eta$$