CIRCUITO RC

Objetivo

Encontrar el comportamiento de la diferencia de potencial en función del tiempo, V(t), entre los extremos de un capacitor cuando en un circuito RC se carga y cuando se descarga el capacitor.

INTRODUCCION

Considere el circuito de la figura 1, la que contiene una batería, un resistor y un capacitor, un voltímetro y un interruptor S.

Cuando S se coloca en la posición 1, el capacitor se carga rápidamente al potencial V_1, de la batería, la magnitud de la carga q, en cualquiera de las placas del condensador es.

$$q = C\,V_1 \qquad (1)$$

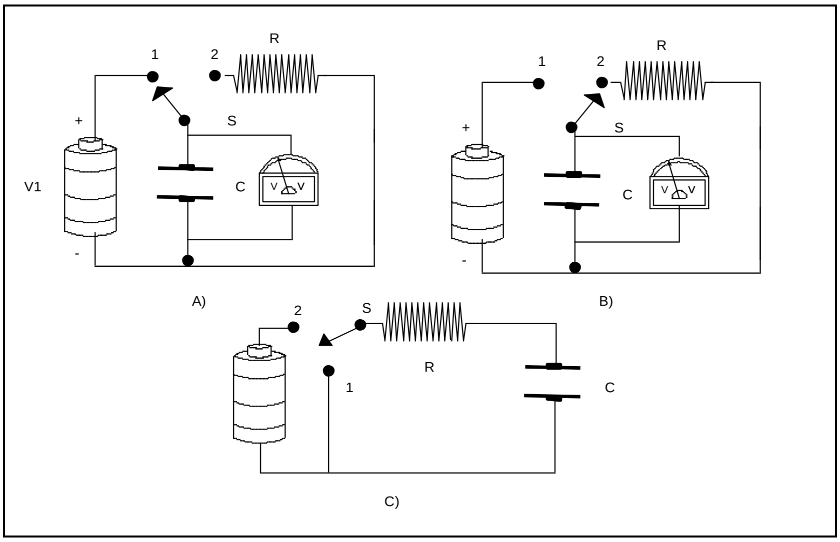

Figura 1. Circuitos para observar la descarga y carga de un capacitor.

Cuando S se coloca en la posición 2, la situación inicial es la mostrada en la figura 1b, la diferencia de potencial a través del capacitor también aparece a través de la rama voltímetro resistor, produciendo una corriente en esta rama. Esta corriente descarga al capacitor, lo cual disminuye la diferencia de potencial entre las placas con lo cual decrece la corriente.

Entonces q(t) decrece rápidamente al comienzo y más lentamente a continuación. También la corriente eléctrica tiene un valor inicial relativamente grande pero va decreciendo al transcurrir el tiempo y tiende a cero a medida que el capacitor se va descargando. La ecuación que indica el comportamiento de la carga en el tiempo está dada por:

$$q(t) = q_0 \exp(-\frac{t}{RC}) \qquad (2)$$

Donde q_0 es una constante cuyo valor corresponde a la carga del condensador en el instante t = 0(s). O sea, $q_0 = q\ (0)$.

Así que la carga en el capacitor varía con el tiempo como se muestra en la figura 2. Las escalas muestran valores de las razones $\frac{q(t)}{q_0}$ y $\frac{t}{RC}$ más bien que q(t) y t. Esto tiene la ventaja que las razones indicadas son **adimensionales**, esto es, son números puros, sin unidades.

Al producto RC se le llama "**Constante de tiempo**" o "**tiempo de relajación**" del circuito y se designa τ. De la expresión [2], después de un intervalo de tiempo, τ = RC, la carga ha caído a un valor q(t) = $e^{-1} q_0$, o sea $q\ \tau\ = 0.368\ q_0$ o sea al 36,8% del valor original.

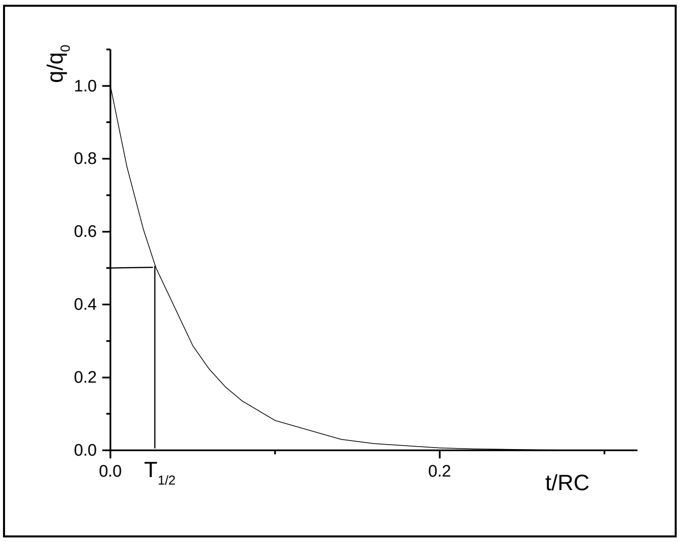

Figura 2. Descarga de un capacitor.

Hay otra cantidad relacionada con esto, mucho más fácil de medir experimentalmente, es el intervalo de tiempo requerido para que q(t) caiga a la mitad de su valor original. Anotando este intervalo de tiempo $T_{(1/2)}$, en la ecuación [2],tenemos :

$$\frac{q_0}{2} = q_0 \exp\left(-\frac{T_{1/2}}{RC}\right) \qquad (3)$$

aplicando logaritmo natural, se llega:

$$T_{1/2} = RC \ln 2 \approx 0.639\ RC = 0.639\ \tau \qquad (4)$$

A este tiempo se le puede llamar "**Vida Media**" término que se utiliza también en la descripción de procesos de decaimiento radioactivo.

El comportamiento del circuito RC descrito más arriba, a veces llamado "**relajación de carga**", se puede observar directamente con el voltímetro, siempre que la constante de tiempo RC sea suficientemente grande, digamos del orden de unos pocos segundos. A menudo, sin embargo, se utilizan valores para los cuales RC es mucho más pequeño que un segundo, en estos casos no se puede usar un voltímetro debido a que no es capaz de seguir fluctuaciones rápidas de voltaje o corriente, y aún si él pudiera, el ojo humano no podría seguir la sucesión de valores en el display.

El comportamiento exponencial de las cargas en las placas del capacitor viene del hecho de que la rapidez con que disminuye la carga en el capacitor en un instante es proporcional a la carga en él en ese instante. Para llegar a esta conclusión se puede razonar de la siguiente manera:

La carga que fluye por la resistencia va desde una placa a la otra. La intensidad de corriente que circula hace disminuir la carga en el capacitor. En el intervalo de tiempo dt la cantidad de carga que pasa por el resistor es i(t) dt. Se tendrá la relación:

$$-\frac{dq(t)}{dt} = i(t)$$

Ya que la circulación de dq por el resistor implica una disminución en la carga del capacitor.

Pero q(t) = C V(t), en que V(t) es la diferencia de potencial entre las placas del capacitor y además V(t) = i(t) R entre los extremos del resistor. Entonces:

$$-\frac{dq(t)}{dt} = \frac{V}{R} \qquad (5)$$

que lleva a:

$$\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{q(t)}{RC}$$

o bien:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = 0 \qquad (5)$$

La solución de esta ecuación diferencial es:

$$q(t) = A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

que lleva a [2] para condiciones iniciales $q(t) = q_0$, para t = 0.

Si se emplea el circuito 1c de la figura 1, colocando S en 1 por un intervalo de tiempo largo, y después en 2. En la relación [5] el segundo miembro es igual a la diferencia de potencial constante, V_1. Entonces, se tiene:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = V_1$$

que si se deriva respecto al tiempo, da origen a:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{RC} = 0 \qquad [6]$$

en que i(t) es la intensidad de corriente. La solución de esta última ecuación diferencial es, por analogía:

$$i(t) = i_0 \exp(-\frac{t}{RC})$$

Integrando para obtener q(t), se tiene:

$$q(t) = RC\ i_0 \exp\left(-\frac{1}{RC}\right) + cte$$

Si t >> RC, se tiene que $q(t) = q_0$ y el término exponencial tiende a 0. Así que:

$$Cte = q_\infty$$

Por otra parte se tiene que para t = 0, q(0) = 0, de lo cual:

$$RCi_0 = q_\infty$$

Entonces:

$$q(t) = q_\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]$$

que es la solución de la ecuación diferencial [6].

EXPERIMENTO:

A. <u>Carga del condensador</u>

1. Mida con el voltímetro la fem de la fuente de poder y anótela. Coloque el voltímetro en la escala apropiada. Note que el voltímetro marca solo una parte del voltaje de la fuente de poder. ¿Por qué?
2. Arme el circuito mostrado en la figura 3. Use una diferencia de potencial ε menor que la que es capaz de soportar el capacitor y que estará indicada en él. La polaridad es muy importante en la conexión de un capacitor electrolítico. Sea cuidadoso. Conecte a y b y comience a medir a intervalos de tiempo iguales los valores dados por el voltímetro, hasta que se aproxime al valor de la f.e.m. Escríbalos en una tabla de datos.
3. Deje que el condensador se siga cargando, mientras usted pasa los datos al computador. Anote el valor final de la V.

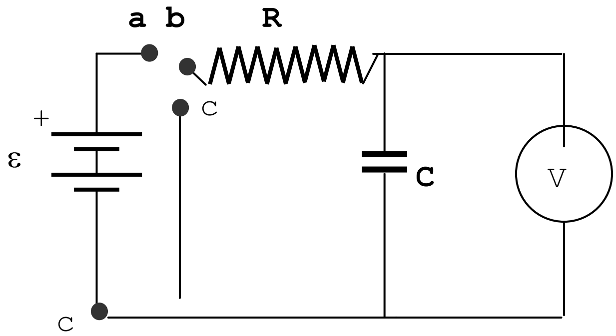

Figura 3. Montaje del experimento.

4. Construya un gráfico V v/s t y linealice. ¿Será una función potencial? Si la respuesta es negativa entonces analice a qué tipo de función se asemeja. Use guía Mediciones
5. Establezca el modelo matemático de la carga del condensador.
6. Determine τ y $T_{1/2}$, teóricamente y experimentalmente. Compare.

B. <u>Descarga de un condensador</u>

1. Para obtener relajación de carga en su forma más simple use nuevamente el circuito que se muestra en la figura 3. Cuando el voltímetro marque el "máximo valor", interrumpa el contacto con la batería (conecte b - c) y mida el voltaje (en Volt) a intervalos regulares de tiempo.
2. Compruebe que la relación entre q o (V) y t es de tipo exponencial.
3. Establezca el modelo matemático correspondiente a la descarga del capacitor. Compare con el modelo teórico.
4. Del gráfico determine τ y compárelo con el valor teórico.
5. Mida el tiempo requerido para que la lectura del instrumento caiga a la mitad de su valor inicial. Calcule RC a partir del valor obtenido para $T_{½}$ y compare con el valor esperado.