

DETERMINACIÓN DEL PERIODO DE UN PENDULO SIMPLE

Objetivo

Establecer el modelo matemático que relaciona el periodo, T , de un péndulo con el largo, L , de la cuerda..

Introducción

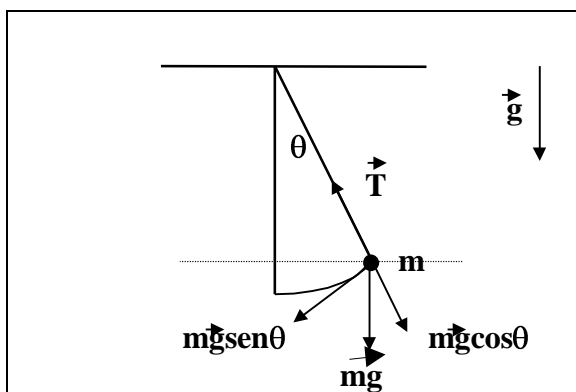


Figura 1. Esquema péndulo simple.

El péndulo simple es un dispositivo que presenta un movimiento periódico, consiste en una masa “puntual” m , suspendida de un hilo inextensible, de masa despreciable, en un campo gravitatorio constante. Realizando un análisis de fuerzas, se observa de la figura 1, que la fuerza resultante actúa en la dirección tangencial sobre la masa m y es de magnitud $F = mgsen\theta$, actuando hacia $\theta = 0^\circ$, opuesta al desplazamiento. Por lo cual la fuerza tangencial es una fuerza restauradora y la ley del movimiento (2ª ley de Newton) en la dirección tangencial es:

$$F = - mgsen\theta = m \frac{d^2s}{dt^2}$$

Esto implica que el movimiento no es armónico simple, ya que no se asemeja a la ecuación que rige para el MAS ($\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$), pero si el ángulo θ es pequeño ($<15^\circ$), $sen\theta$ se hace aproximadamente igual a θ . Con esta aproximación la ecuación queda:

$$- mg\theta = m \frac{d^2s}{dt^2}$$

Además, para θ muy pequeño $s \approx x$, así $\theta = \frac{x}{l}$

Por lo tanto la ecuación del movimiento queda:

$$-\frac{g}{l}x = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0$$

$$x = A \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + C\right)$$

En general, si el desplazamiento de una partícula se comporta de acuerdo a la ecuación anterior se dice que describe un movimiento armónico simple MAS. Como el **período T**, es el tiempo necesario para describir una oscilación y la función seno se repite siempre que la cantidad entre paréntesis aumente en 2π , si se comienza para $t = 0$ (s), el tiempo necesario para completar una oscilación será:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Es importante recalcar que la expresión anterior es una aproximación y solo se cumple para ángulos de desviación pequeños, $\theta < 15^\circ$.

Procedimiento

- Para medir el periodo T, cuente el número de oscilaciones, n, en un intervalo de tiempo, Δt , mayor de 30 (s), así el error en la medición del tiempo será del orden de un 1% . Mida el período del péndulo para diez largos y complete la siguiente tabla. **Repita cada medición a lo menos tres veces.**

ℓ (cm)	Δt (s)	n	\bar{T} (s)

- Construya gráfico T - ℓ
- Para encontrar T(l), debe linealizar el gráfico T - l. Para ello considere una función del tipo

$$T = k l^n$$

Aplicando logaritmo, queda:

$$\log T = n \log l + \log k$$

Esta es la ecuación de una recta de pendiente **n** e intercepto **log k**.

Así, graficando $\log T - \log l$ podemos conocer **n** y **k** y establecer el modelo buscado.

- Establezca el modelo matemático experimental $T(l)$
- Compare el modelo experimental con el modelo teórico que establece. Determine el error porcentual en las constantes n y k.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$