BÚSQUEDA DE UN MODELO MATEMÁTICO
PÉNDULO BIFILAR

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este experimento es encontrar un modelo matemático entre tres variables, usando para ello un péndulo bifilar.

Un péndulo bifilar está formado por una varilla metálica suspendida de dos hilos paralelos, como se muestra en la figura 1, el cual realizará un movimiento oscilatorio de torsión de la barra luego de ser desviada un ángulo pequeño respecto del eje horizontal **OA** paralelo a la varilla en reposo, es decir, el movimiento oscilatorio se realiza en el plano horizontal.

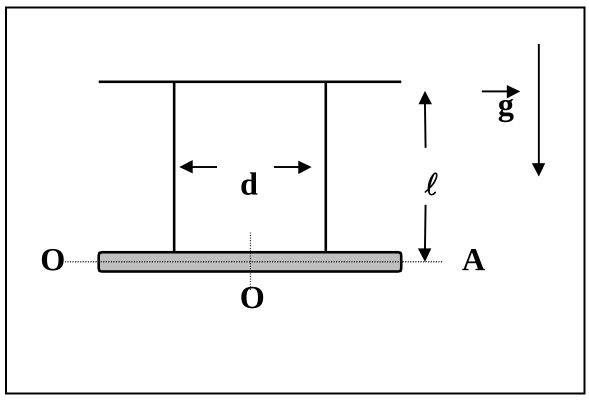

Figura 1. Péndulo bifilar.

El período de oscilación, **T**, de la varilla respecto del eje vertical que pasa por **O** depende del momento de inercia, **I**, el cual depende de la distribución de masas respecto al cual gira la barra, del largo de los hilos, ⟦ , y de la distancia de separación, **d**, entre ellos, entre otras magnitudes que permanecen constantes. Por lo tanto nuestro objetivo será encontrar la relación entre **T**, ⟦ , **d e I**. Al analizar las variables involucradas se observa que el largo de los hilos, el momento de inercia y la distancia de separación entre ellos serán las variables independiente y el período será la variable dependiente, es decir, T(⟦, d,I).

El modelo teórico, el cual usted puede encontrar usando las magnitudes indicadas en la figura 2 es.

$$\boxed{\mathbf{T} = \frac{4\pi}{\mathbf{d}}\sqrt{\frac{\ell\,\mathbf{I}}{\mathbf{m\,g}}}}$$

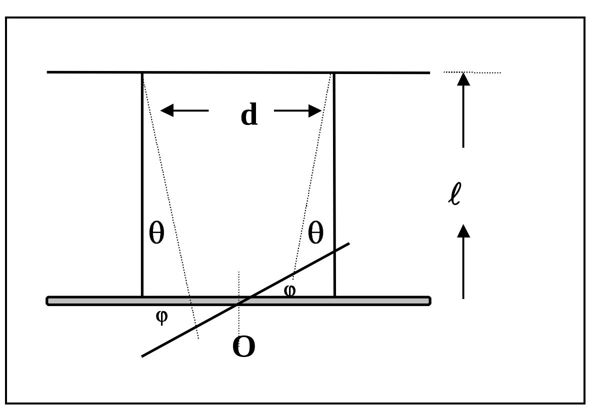

Figura 2.

PROCEDIMIENTO

1. Arme el péndulo bifilar, cuidando que los hilos estén siempre paralelos y equidistantes del centro de la varilla para mantener constante el momento de inercia.
2. Ensaye el movimiento que debe tener el péndulo, desviando la barra un ángulo pequeño respecto de la horizontal **OA**, cuide que el centro de ella permanezca en reposo.
3. Mida el período para un largo ℓ , un momento de inercia ***I*** y una distancia **d** cualquiera. Como el tiempo de reacción de una persona es aproximadamente 0.3 (s) ¿qué error está cometiendo al realizar esta medición?. Por lo cual, ¿qué debe hacer para que sus datos tengan un error porcentual solo del 1%?
4. Realice un experimento de prueba, para determinar entre que largos y entre que distancias de separación va a trabajar, para esto, mida el periodo para un θ pequeño y uno grande, repita para **d** pequeño y grande**.**

Como hay tres variables independientes involucradas el experimento se debe dividir en tres partes. Si mantenemos el momento de inercia constante, solo se realizarán las partes I , II y IV.

<u>PRIMERA PARTE</u> Relación entre período y largo con la distancia de separación constante y momento de inercia constante, $T(\ell)$.

5. Mida el período para unos diez largos diferentes, anote los datos en una tabla, como la que se muestra a continuación.

ℓ(cm)	d(cm)	t(s)	n	T(s)

6. A medida que está tomado datos realice un gráfico de prueba,
7. Una vez terminada esta parte, introduzca los datos al computador y encuentre la relación entre las variables involucradas, linealice la curva, considerando que la relación es del tipo $\mathbf{T = k_1}\ \ell^{\mathbf{n_1}}$, para esto construya el gráfico log T - log ℓ, de él determine n_1.

<u>SEGUNDA PARTE</u> Relación entre período y distancia de separación con largo constante y momento de inercia constante, T(d).

8. Mida el período para unas diez distancias de separación diferentes, anote los datos en una tabla similar a la anterior.
9. A medida que está tomando datos realice un gráfico de prueba.
10. Una vez terminada esta parte, introduzca los datos al computador y encuentre la relación entre las variables involucradas, linealice la curva, considerando que la relación es del tipo $\mathbf{T = k_2\ d^{n_2}}$, para esto construya el gráfico log T - log d, de él determine n_2.

<u>TERCERA PARTE .</u> Relación entre el período, largo, momento de inercia y distancia de separación.

11. De la relaciones establecidas en las partes 7 y 10, se puede concluir que el periodo depende en forma directamente proporcional a $\ell^{\mathbf{n_1}}$ y $\mathbf{d^{n_2}}$ por lo cual se puede decir que:

$$\boxed{\textbf{T es directamente proporcional a } \ell^{n_1} \cdot \mathbf{d}^{n_2}}$$

12. En las tablas anteriores agregue una nueva columna con el producto $\ell^{n_1} * \mathbf{d}^{n_2}$
13. Construya el gráfico **T -** $\ell^{n_1} * \mathbf{d}^{n_2}$. Encuentre el modelo matemático.
14. Compare la relación encontrada con el modelo teórico y determine los errores relativos porcentuales de las constantes que usted encontró experimentalmente.

$$\textbf{Error relativo porcentual} = \frac{\textbf{Dato teorico - Dato experimental}}{\textbf{Dato teórico}} \cdot \mathbf{100}$$

CONSIDERACIONES SOBRE PRECISIÓN

A continuación se harán algunas acotaciones respecto a uno de los aspectos importantes a considerar para tomar buenas mediciones.

Generalmente interesa el error relativo más que el error absoluto, ya que en error de 0,5 (cm) en la medición de una longitud de 10(cm) representa una exactitud inferior que en una medición de 100 (cm).

El error relativo se determina haciendo el cuociente entre el tamaño de error (valor absoluto) y el tamaño de la medida misma y normalmente se expresa en por ciento, por lo que se le llama error porcentual. Por ejemplo, el error de 0.5 (cm) al medir 10(cm) representa un error porcentual de 5% y el error de 0.5 (cm) al medir 100(cm) representa un error de 0,5%.

De esta manera podemos escribir el Error Relativo porcentual:

$$\textbf{Error relativo porcentual} = \frac{\textbf{Dato teórico - Dato experimental}}{\textbf{Dato teórico}} \cdot \mathbf{100}$$

Si se desea medir el período de un péndulo con una precisión del 1%, y como se sabe que la exactitud de un cronómetro es mejor que el 1% que se exige, pero la precisión se ve perjudicada porque al encender y detener el reloj se comete un error de alrededor de 0.3(s) lo cual implica que en una medición de un período de 1(s) se comete un error porcentual de aproximadamente 30%. De aquí entonces que para reducir el error porcentual se deberán medir intervalos de tiempo mayores, por ejemplo a lo menos 30(s) para que el error porcentual sea de alrededor del 1%.